ОДОБРЕНО
Учебно-методическим советом
Протокол № 1
«2» сентября 2022 г.

УТВЕРЖДАЮ
Ректор
_____________ В.Ю. Филоненко
«2» сентября 2022 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Математический анализ

(наименование дисциплины)

Направление подготовки: 38.03.05 – Бизнес- информатика
Профиль подготовки: Электронный бизнес
Квалификация выпускника: бакалавр
Форма обучения: очная/очно-заочная

Кафедра прикладной информатики в экономике
Рассмотрено и одобрено на заседании кафедры
«1» сентября 2022 г. Протокол № 1
Зав. кафедрой: канд. техн. наук Лаврухина Т.В.

Липецк –2022 г.

СОДЕРЖАНИЕ

1. Цели освоения дисциплины

Основной целью дисциплины «Математический анализ» является овладение фундаментальными методами дифференциального и интегрального исчислений, которые являются основой для изучения других математических курсов, дают необходимый математический аппарат для изложения экономических дисциплин.

2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОП

Выпускник в результате освоения тематики дисциплины приобретает:
способность к самоорганизации и самообразованию (ОК-7).
В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

- **знать:** основные понятия и инструменты математического анализа, содержание утверждений, используемых для обоснования выбираемых методов решения экономических задач
- **уметь:** выбирать и применять способы решения поставленных математических задач, анализировать и интерпретировать
- **владеть:** вычислительными операциями над объектами экономической природы, навыками сведения экономических задач к математическим задачам, методами и техническими средствами решения математических задач, навыками анализа и интерпретации результатов решения задач

3. Место дисциплины в структуре ОП ВО

Дисциплина «Математический анализ» относится к базовой части блока Б.1 (Б1.Б.17).

Дисциплина «Математический анализ» читается в 1-2 семестрах – очная форма обучения; Уст., 1 и 2 семестрах – заочная форма обучения и опирается на математические знания студентов, приобретенные ими в общеобразовательной школе и средних специальных учебных заведениях, дисциплина поможет формированию знаний, умений, необходимых для изучения других дисциплин «Анализ данных», «Эконометрика», «Экономика фирмы», «Теория вероятностей и математическая статистика».

4. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием академических или астрономических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Объем дисциплины - 6 зачетных единиц, 216 час.

Очная форма обучения: контактная работа – 72 час. (лекции – 36 час.; практические занятия - 36 час.); экзамен 36 час.; самостоятельная работа обучающихся – 108 часов.

Заочная форма обучения: контактная работа - 18 часов (лекции – 4 час.; практические занятия – 4; консультации – 10 час.); экзамен – 36 час.; самостоятельная работа обучающихся – 162 часа.

5. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических или астрономических часов и видов учебных занятий

№ п/п	Наименование разделов дисциплины	Семестр	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах по формам обучения: очная/заочная)				Формы текущего контроля успеваемости Форма промежуточной аттестации
			Лекции	Практические занятия, консультации	Интерактивные формы занятий	Самостоятельная работа студентов	
1	Введение в анализ		4/1	4/2	совместное формулирование студентами выводов по теме занятия	14/18/	Оценка работы на лекции Опрос СР 1-1
2	Дифференциальное исчисление функции одной переменной		6/1	6/2		14/18	Оценка работы на лекции Опрос, решение задач
3	Исследование функций		4/1	4/2	совместное формулирование студентами выводов по теме занятия	15/18	Оценка работы на лекции Опрос СР1-2.
4	Интегрирование функции одной переменной		4/1	4/2		15/20	Оценка работы на лекции Опрос. СР1-3
						14/16	подготовка к зачету, ПР
	Итого за семестр 1/Уст. ,1		18/4	18/8		36/60	Зачет
5	Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных		6/-	6/2		18/28	Опрос СР2-1
6	Обыкновенные дифференциальные уравнения и системы дифференциальных уравнений		6/-	6/2	Работа в группах по решению задач и их обсуждению	20/30	Опрос, оценка работы в группах
7	Ряды числовые, функциональные		6/-	6/2	Обсуждение решения задач в группе	20/30	Опрос, оценка работы в группах СР2-2
						14/14	подготовка к экзамену
	Итого за 2 семестр /2		18/-	18/6		72/102	Экзамен

Распределение компетенций по разделам дисциплины

№п/п	Наименование разделов дисциплины	Освоенные компетенции
1	Введение в анализ	ОК-7
2	Дифференциальное исчисление функции одной переменной	
3	Исследование функций	
4	Интегрирование функции одной переменной	
5	Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных	
6	Обыкновенные дифференциальные уравнения и системы дифференциальных уравнений	
7	Ряды числовые, функциональные	

Методические указания для преподавателей

Рекомендуемые средства, методы обучения, способы учебной деятельности, применение которых для освоения конкретных модулей рабочей учебной программы наиболее эффективно:

– обучение теоретическому материалу рекомендуется основывать на основной и дополнительной литературе; рекомендуется в начале семестра ознакомить студентов с программой дисциплины, перечнем теоретических вопросов для текущего промежуточного и итогового контроля знаний, что ориентирует и поощрит студентов к активной самостоятельной работе;

- рекомендуется проводить лекционные занятия с использованием мультимедийной техники (проектора). На первом занятии до студентов должны быть доведены требования по освоению материала, правила написания и сдачи проверочной работы (самостоятельной или ИЗ), перечень рекомендуемой литературы. Желательно провести обзор тем, которые будут изучены в течение семестра с тем, чтобы студенты более осознанно подходили к выполнению работ. Также часть занятий проводятся в активной и интерактивной форме (в соответствии с ПО 07.08-13-2013 Интерактивное обучение).

Учебный процесс, опирающийся на использование интерактивных методов обучения, организуется с учетом включенности в процесс познания всех студентов группы без исключения. Совместная деятельность означает, что каждый вносит свой особый индивидуальный вклад, в ходе работы идет обмен знаниями, идеями, способами деятельности. Организуются индивидуальная, парная и групповая работа, используется проектная работа, осуществляется работа с различными источниками информации и т.д. Интерактивные методы основаны на принципах взаимодействия, активности обучаемых, опоре на групповой опыт, обязательной обратной связи. Создается среда образовательного общения, которая характеризуется открытостью, взаимодействием участников, равенством их аргументов, накоплением совместного знания, возможностью взаимной оценки и контроля.

Лекционные занятия

№	**Содержание раздела**
1	**Введение в анализ**
1.1	Множество вещественных чисел и его свойства. Точные грани числовых множеств. Окрестности точек на числовой оси. Числовые функции. Предел и непрерывность функции в точке. Предел числовой последовательности. Число *e*.
1.2	Бесконечно малые и бесконечно большие функции в точке. Основные теоремы

	о пределах. Сравнение бесконечно малых. Эквивалентные бесконечно малые. Замечательные пределы. Три теоремы об эквивалентных функциях.
2	**Дифференциальное и интегральное исчисление функции одной переменной**
2.1	Функции, непрерывные на промежутке и их свойства. Задачи, приводящие к производной. Таблица производных. Дифференцируемая функция и дифференциал. Производная функции. Необходимое и достаточное условия дифференцируемости. Правила дифференцирования.
2.2	Производная сложной, обратной и параметрически заданной функций. Производные и дифференциалы высших порядков. Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши, Лопиталя.
2.3	Формулы Тейлора и Маклорена и их приложения. Разложение основных элементарных функций по формулам Тейлора и Маклорена.
3	**Исследование функций**
3.1	Исследование функций и построение графиков. Вертикальные, горизонтальные и наклонные асимптоты графика функции. Исследование на монотонность, экстремум и выпуклость. Полная схема исследования функции.
3.2	Использований функций для описания и анализа экономических процессов и явлений.
4	**Интегрирование функции одной переменной**
4.1	Первообразная и неопределенный интеграл. Их свойства. Таблица интегралов. Методы интегрирования. Разложение многочленов с вещественными коэффициентами на вещественные множители. Рациональные дроби. Две теоремы о разложении правильной рациональной дроби на простейшие.
4.2	Интегрирование рациональных, иррациональных и тригонометрических функций. Определенный интеграл, его свойства. Интегрируемые функции. Определенный интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона - Лейбница. Методы вычисления определенных интегралов.
5	**Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных**
5.1	Непрерывность функций нескольких переменных. Частные производные. Дифференцируемость и дифференциал. Дифференцирование сложной функции. Частные производные и полные дифференциалы высших порядков.
5.2	Формула Тейлора и формула конечных приращений. Экстремумы функций двух переменных. Неявные функции. Теоремы существования. Дифференцирование неявных функций. Производная по направлению, градиент. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.
6	**Обыкновенные дифференциальные уравнения и системы дифференциальных уравнений**
6.1	Обыкновенные дифференциальные уравнения (ОДУ) 1-го порядка. Задача Коши. Теорема существования и единственности решения задачи Коши. Классификация ДУ 1-го порядка и методы их решения.
6.2	ОДУ высших порядков, уравнения допускающие понижение порядка. Линейные однородные ДУ, структура общего решения. Линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами. Линейные неоднородные уравнения, метод вариации; неоднородные уравнения со специальной правой частью, метод неопределенных коэффициентов.
7	**Ряды числовые, функциональные**
7.1	Числовые ряды. Признаки сходимости числовых рядов с положительными членами. Знакочередующиеся ряды. Признак Лейбница. Функциональные ряды. Признак Вейерштрасса. Степенные ряды. Разложение функций в степенные ря-

	ды.
7.2	Применение рядов в экономике.

Практические занятия

Раздел 1. Введение в анализ

Занятие по пройденным вопросам раздела.

Аудиторная самостоятельная работа «Элементарные методы вычисления пределов» (СР 1-1).

Пример заданий

1. Доказать, что $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{4n-1}{2n+1}=2$ (указать $N(\varepsilon)$).

2. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{n!+(n+2)!}{(n-1)!+(n+2)!}$.

3. $\lim\limits_{x\to1}\frac{x^3-x^2+x-1}{x^2-4x+3}$.

4. $\lim\limits_{x\to2}\frac{\sqrt{x+7}-3}{\sqrt{x+2}-2}$.

5. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{2x}{2x-3}\right)^{2-5x}$.

6. $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{tg\left(x-\frac{\pi}{2}\right)}{\pi-2x}$.

7. $\lim\limits_{x\to0}\frac{e^{\sin x}-1}{x^2+3x}$.

8. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2-3x+2}-\sqrt{x^2+1}\right)$

9. При каком выборе параметра a функция $f(x)$ будет непрерывной?

$$f(x)=\begin{cases} x+2, \text{ если } x\le1; \\ 2-ax^2, \text{ если } x>1. \end{cases}$$

10. Найти асимптоты и построить график функции $y=\sqrt[3]{(x-3)(x+1)^2}$.

Раздел 2. Дифференциальное исчисление функции одной переменной

Занятие по теме**: «Дифференциальное исчисление и его приложения».**

Решение задач.

Занятие в интерактивной форме. Презентация проектов.

Студентам необходимо в заранее определенных группах разработать презентацию, провести исследовательскую работу на одну из предложенных тем (творческое задание):

- Леонард Эйлер и теория графов.
- История развития дифференциального исчисления.
- Понятие производной, ее геометрический, механический и экономический смысл.
- Экспоненциальная функция и функция натурального логарифма, их использование при моделировании процессов, связанных с экономической деятельностью.
- Дифференциал функции, его геометрический смысл.
- История развития дифференциального исчисления.
- Связь непрерывности и дифференцируемости функции.
- Формулы дифференцирования основных элементарных функций.

➢ Правила дифференцирования суммы, разности, произведения, частного и суперпозиции функций.

Производные высших порядков.

Раздел 3. Исследование функций

Решение задач.

Аудиторная самостоятельная работа (СР 1-2).

Пример заданий

1. $z = \cos(3x + y) - x^2 \qquad \dfrac{\partial z}{\partial x},\ \dfrac{\partial z}{\partial y},\ \dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2} - \ ?$
2. Вычислить приближенно $\ln(0{,}09^3 + 0{,}99^3)$.
3. Написать уравнение нормали к поверхности $z = x^2 + y^2 - 2xy + 2x - y$ в точке $M(-1, -1, 1)$.
4. Найти производную функции $U = \ln(3 - x^2) + xy^2 z$ в точке $M_0(1, 3, 2)$ в направлении вектора $\overline{a}(-3, 2, -2)$.
5. Исследовать на экстремум функцию $z = 2x^3 + xy^2 + 5x^2 + y^2$.
6. Исследовать на условный экстремум функцию $z = xy$ при условии $x + y = 1$.

Раздел 4. Интегрирование функции одной переменной

Семинарское занятие.

Решение задач.

Аудиторная самостоятельная работа (СР 1-3).

Пример заданий

1. Разложить в сумму простейших дробей, выделив, если нужно, целую часть $y = \dfrac{3x^3 - 1}{(x-1)(x+2)}$.

Вычислить интегралы:

2. $\displaystyle\int \frac{\sin x\, dx}{\sqrt{1 - \cos x}}$. 3. $\displaystyle\int e^{-x} \cos 2x\, dx$.

4. $\displaystyle\int \sin^4 2x\, dx$. 5. $\displaystyle\int \frac{(2x+3)\, dx}{\sqrt{2x^2 + 8x + 1}}$.

6. Вычислить определенный интеграл $\displaystyle\int_0^1 \frac{x^3\, dx}{x^2 + 1}$.

7. $D: y = e^x,\ x = 0,\ x = 1,\ y = 0.$ Найти объём тела, образованного вращением фигуры D вокруг оси Oy.

Раздел 5. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных

Семинарское занятие.

Решение задач.

Аудиторная самостоятельная работа (СР 1-4).

1. Вычислить $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^x - e^{-x} - 2x}{x - \sin x}$.

2. Составить уравнение нормали к кривой $y = \dfrac{1}{3x+2}$ в точке с абсциссой $x_0 = 2$.

3. Вычислить приближенно значение функции $y = \sqrt{x^3}$ в точке $x = 0{,}98$ с помощью дифференциала.

4. $\begin{cases} x = \cos t + \sin t \\ y = \sin 2t \end{cases}$ $\qquad y'_x \quad и \quad y''_{xx} - ?$

5. $y = (1 - x - x^2)\, e^{2x-3} \qquad y''' - ?$

Раздел 6. Обыкновенные дифференциальные уравнения и системы дифференциальных уравнений

Семинарское занятие.

Рассмотрение примеров решения задач.

Занятия в интерактивной форме. Работа в малых группах по решению задач и их обсуждению по теме «Однородные дифференциальные уравнения первого порядка».

Примеры задач для решения и обсуждения

Пример 1. Найти общее решение дифференциального уравнения

$$y' = \frac{x^2 + y^2}{2xy}.$$

Ход решения:

Решаем уравнение подстановкой $y = x \cdot u$; $y' = u + xu'$. Подставив y и y' в данное уравнение, получим

$$u + xu' = \frac{x^2 + u^2x^2}{2x \cdot ux} \quad \text{или} \quad xu' = \frac{1+u^2}{2u} - u.$$

Получили дифференциальное уравнение с разделяющимися переменными относительно вспомогательной функции $u(x)$. Упростим правую часть:

$x \cdot \dfrac{du}{dx} = \dfrac{1-u^2}{2u}$. Умножив на $\dfrac{dx \cdot 2u}{x \cdot (1-u^2)}$, получим уравнение с разделенными переменными $\dfrac{2u\, du}{1-u^2} = \dfrac{dx}{x}$.

Интегрируя, получим $-\ln\left|1-u^2\right| = \ln|x| - \ln|c|$;

или $\ln\left|1-u^2\right| = \ln|c| - \ln|x|$, или $\ln\left|1-u^2\right| = \ln\left|\dfrac{c}{x}\right|$;

Потенцируем $1-u^2 = \dfrac{c}{x}$; $u^2 = 1-\dfrac{c}{x} = \dfrac{x-c}{x}$.

Подставив $u = y/x$, получим общий интеграл данного дифференциального уравнения.

$$\frac{y^2}{x^2} = \frac{x-c}{x}; \qquad \frac{y^2}{x} = x-c; \qquad y^2 = x^2 - xc;$$

$x^2 - y^2 = xc$.

Проверка: $\begin{cases} 2x - 2y \cdot y' = c \\ x^2 - y^2 = cx \end{cases}$

$x^2 - y^2 = 2x^2 - 2xy\cdot y'$ или $2xyy' = x^2 + y^2$; $y' = \dfrac{x^2+y^2}{2xy}$ – искомое уравнение.

Пример 2. Найти частное решение дифференциального уравнения $x \cdot dy - \left(y + \sqrt{x^2 - y^2}\right) dx = 0$ при начальных условиях $y(1) = \pi$.

Ход решения.

Убедимся, что данное дифференциальное уравнение является однородным. Подставим в уравнение вместо x и y соответственно $t\cdot x$ и $t \cdot y$. Получим

$$t\cdot x\,dy - \left(t\,y + \sqrt{(t\,x)^2 - (t\,y)^2}\,dx\right) = 0;$$
$$t\cdot x\,dy - t\cdot\left(y + \sqrt{x^2 - y^2}\right) dx = 0.$$

Разделив на t обе части уравнения, получим данное уравнение. Решаем уравнение подстановкой

$$y = x\cdot u; \qquad dy = u\cdot dx + x\cdot du.$$

Поставим y и dy в уравнение, получим

$$x\cdot(u\,dx + x\,du) - \left(u\,x + \sqrt{x^2 - u^2x^2}\right) dx = 0.$$

Сгруппируем слагаемые с dx и du.

$x^2\,du = x\sqrt{1-u^2}\,dx$ – это уравнение с разделяющимися переменными. Разделив обе части на $x^2\cdot\sqrt{1-u^2}$, получим

$\frac{du}{\sqrt{1-u^2}} = \frac{dx}{x}$ – уравнение с разделенными переменными. Интегрируя левую и правую части уравнения, получим

$$\arcsin u = \ln|x| + \ln|c|.$$

Подставив $u = \frac{y}{x}$, получим общий интеграл данного дифференциального уравнения:

$$\arcsin \frac{y}{x} = \ln|xc|.$$

Найдем частное решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее данным начальным условиям $y = \pi$ при $x = 1$.

Подставим в формулу общего интеграла $y = \pi,\ x = 1$:

$\arcsin \frac{\pi}{1} = \ln 1 \cdot c; \quad 0 = \ln c$, отсюда $c = 1$ и частный интеграл

$$\arcsin \frac{y}{x} = \ln|x|.$$

Занятие в интерактивной форме. Работа в малых группах по решению задач и их обсуждению по теме «Однородные дифференциальные уравнения высших порядков».

Примеры задач для обсуждения

Пример 1. $y'' = \cos 4x.$

Ход решения:

$$y' = \int \cos 4x\, dx = \frac{1}{4}\sin 4x + c_1;$$

Получили уравнение первого порядка

$$y' = \frac{1}{4}\sin 4x + c_1;$$

отсюда

$$y = \int \left(\frac{1}{4}\sin 4x + c_1\right) dx = -\frac{1}{16}\cos 4x + c_1 x + c_2 \text{ –}$$

общее решение исходного уравнения (содержит две произвольные постоянные c_1 и c_2).

Аналогично решаются и дифференциальные уравнения порядков выше второго, если они имеют такой же вид, например: $y''' = f(x)$; $f^{iv} = f(x)$.

Пример 2. $5x^2 - 3x - 2 = 0.$

$$x_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 4 \cdot 5 \cdot 2}}{10} = \frac{3 \pm 7}{10}.$$

$$x_1 = \frac{3+7}{10} = 1; \quad x_2 = \frac{3-7}{10} = \frac{-2}{5}.$$

x_1, x_2 − различные действительные корни.

Пример 3. $x^4 - 16 = 0.$

Разложим левую часть уравнения на множители: $\left(x^2+4\right)\left(x^2-4\right)=0$, или $\left(x^2+4\right)\left(x+2\right)\left(x-2\right)=0.$ Нужно решить три простейших уравнения:

$$x^2 + 4 = 0; \quad x + 2 = 0; \quad x - 2 = 0.$$

Имеем четыре корня:

$x = \pm\, 2i; \quad x = -2; \quad x = 2.$

Пример 4. $y''' - 7y'' + 10y' = 0.$

$$r^3 - 7r^2 + 10r = 0 \text{ – характеристическое уравнение}$$

$$r\left(r^2 - 7r + 10\right) = 0, \qquad r_1 = 0; \; r^2 - 7r + 10 = 0.$$

$$r_{2,3} = \frac{7 \pm \sqrt{49-40}}{2} = \frac{7 \pm 3}{2};$$

$$r_2 = 5; \qquad r_3 = 2.$$

Общее решение:

$$y = c_1 \cdot e^{0x} + c_2 \cdot e^{5x} + c_3 \cdot e^{2x}$$

или

$$y = c_1 + c_2 e^{5x} + c_3 \cdot e^{2x}.$$

Выполнение аудиторной самостоятельной работы (**СР2-1).**

Раздел 7. Ряды числовые, функциональные

Занятие в интерактивной форме по решению и обсуждению задач в группах на тему «Исследование рядов на сходимость и расходимость».

Задачи для обсуждения

1. Записать общую формулу для *n*-го члена a_n числовой последовательности и определить ее предел (если он существует).
   $\frac{1}{3}, \frac{2}{4}, \frac{3}{5}, \frac{4}{6}, \frac{5}{6}, \dots$
2. Определить, сходится или расходится последовательность $\left\{\frac{2n+3}{5n-7}\right\}$?

3. Определить, является ли последовательность $\left\{\sqrt{n+2}-\sqrt{n+1}\right\}$ сходящейся или расходящейся?
4. Исследовать числовую последовательность $\left\{\dfrac{2^n+3}{2^n+1}\right\}$ на монотонность.
5. Найти сумму первых 8 членов геометрической прогрессии 3, 6, 12, ...
6. Найти сумму ряда $1-0,37+0,37^2-0,37^3+\ldots$.
7. Выразить бесконечную периодическую дробь 0,131313... рациональным числом.
8. Решить уравнение $x^2-2x^3+4x^4-8x^5+\ldots=2x+1, \quad |x|<1.$
9. Исследовать сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\dfrac{e^n}{n^2}$.
10. Показать, что гармонический ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{n}$ расходится.
11. Исследовать сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{(n+\pi)(n+\pi+1)}$.
12. Определить, сходится или расходится ряд $\dfrac{1}{1\cdot 2}+\dfrac{1}{2\cdot 3}+\dfrac{1}{3\cdot 4}+\dfrac{1}{4\cdot 5}+\ldots+\dfrac{1}{n(n+1)}+\ldots$
13. Определить, сходится или расходится ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\dfrac{e^{1/n}}{n^2}$.

14.Начальный размер вклада под 10% годовых в банке составил 1 млн рублей. Найти размер вклада через 5 лет:
а) без капитализации процентов,
б) с ежегодной капитализацией,
в) с ежеквартальной капитализацией,
г) с ежемесячной капитализацией,
д) с ежедневной капитализацией,
е) с непрерывной капитализацией.

Выполнение аудиторной самостоятельной работы (**СР2-2).**

Пример заданий

1. Найти частичную сумму ряда, доказать сходимость ряда и найти сумму ряда
$$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{2^n}+\frac{1}{5^n}\right)$$
Исследовать ряд на сходимость.

2. $\sum_{n=1}^{\infty}\dfrac{3^n n!}{n^n}$.

3. Исследовать на абсолютную и условную сходимость $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{\sqrt{n}+1}$.

4. Найти область сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n(x+1)^{2n}}{n^n}$.

5. Пользуясь разложением функций в ряд Маклорена, найти

$$\lim_{x\to 0}\frac{(1+x)e^{-x}-(1-x)e^{x}}{\ln(1+x^3)}.$$

6. Вычислить значение функции $y=\ln(1+x)$ в точке $x=0,4$ при помощи ряда Маклорена с точностью до 0, 001.

7.Разложить в ряд Фурье по синусам функцию $f(x)=\begin{cases}1+x, \text{ если } 0<x<2;\\ 3, \text{ если } 2<x<4.\end{cases}$

6.Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

Рекомендуемый режим и характер различных видов учебной, в том числе самостоятельной, работы:

– изучение теоретического материала определяется рабочей учебной программой дисциплины, включенными в нее календарным планом изучения дисциплины и перечнем литературы, конспектом лекций (электронным – при его наличии); настоятельно рекомендуется при подготовке к очередной лекции освежить в памяти, по указанию лектора, материал предшествующих дисциплин рабочего учебного плана, на который опирается изучаемый раздел данной дисциплины;

– проверочная работа /индивидуальное задание выполняется в соответствии с изданными типографским или электронным способом методическими указаниями, регламентирующими все этапы выполнения и сдачи работ, определяют свой вклад в рейтинговую оценку;

Планирование времени на самостоятельную работу, необходимого на изучение настоящей дисциплины, лучше всего осуществлять на весь семестр (в соответствии с ПО 07.08-12-2013 **Организация самостоятельной работы студентов**), предусматривая при этом регулярное повторение пройденного материала. Материал, законспектированный на лекциях, необходимо регулярно дополнять сведениями из литературных источников, представленных в списке рекомендуемой литературы. По каждой из тем для самостоятельного изучения, приведенных в программе дисциплины, следует сначала прочитать рекомендованную литературу и при необходимости составить краткий конспект основных положений, терминов, сведений, требующих запоминания и являющихся основополагающими в этой теме и нужных для освоения последующих разделов.

Для расширения знаний по дисциплине рекомендуется использовать Интернет-ресурсы: проводить поиск в различных поисковых системах, таких как www.rambler.ru, www.yandex.ru, www.google.ru, www.yahoo.ru и использовать материалы сайтов, рекомендованных преподавателем на лекционных занятиях.

При подготовке к зачету, экзамену следует руководствоваться перечнем вопросов для подготовки к итоговому контролю. При этом, прежде всего, следует уяснить суть основных понятий дисциплины, проработать учебные материалы основной и дополнительной литературы, а также литературы из электронно-библиотечной системы, рекомендованных для изучения дисциплины.

Распределение времени на самостоятельную работу студента

1 / уст. 1 семестр

№ п/п	Вид самостоятельной работы	Количество времени очная/заочная формы обучения, час.
1	Проработка материала лекций, учебных материалов. Самостоятельная проработка тем	10 / 42
2	Подготовка к практическим занятиям, консультациям. Самостоятельная проработка тем	12 / 32
3	Подготовка к проверочным работам	8 / 8
4	Подготовка к зачету	6 / 8
	Итого	36 / 60

2 семестр

№ п/п	Вид самостоятельной работы	Количество времени (часы) очная/заочная
1	Проработка материала лекций, учебных материалов. Самостоятельная проработка тем	2840
2	Подготовка к практическим занятиям, консультациям. Самостоятельная проработка тем	30 / 48
3	Подготовка к проверочным работам	6/ 8
4	Подготовка к экзамену	8 / 6
	Итого	72 / 102

Вопросы для самостоятельной работы

1. Понятие функции. Способы задания функций. Область определения. Четные и нечетные, ограниченные и монотонные функции.
2. Понятие элементарной функции. Основные элементарные функции (постоянная, степенная, показательная, логарифмическая) и их графики.
3. Предел последовательности при $n\infty\to$ и предел функции при $x\ \infty\to$. Признаки существования предела (с доказательством теоремы о пределе промежуточной функции).
4. Определение предела функции в точке. Основные теоремы о пределах (одну из них доказать).
5. Бесконечно малые величины (определение). Свойства бесконечно малых величин (одно из них доказать). Бесконечно большие величины, их связь с бесконечно малыми.
6. Второй замечательный предел, число е. Понятие о натуральных логарифмах.
7. Непрерывность функции в точке и на промежутке. Свойства функций, непрерывных на отрезке. Точки разрыва. Примеры.
8. Производная и ее геометрический смысл. Уравнение касательной к плоской кривой в заданной точке.
9. Дифференцируемость функций одной переменной. Связь между дифференцируемостью и непрерывностью функции (доказать теорему).
10. Основные правила дифференцирования функций одной переменной (одно из правил доказать).
11. Формулы производных основных элементарных функций (одну из формул вывести). Производная сложной функции.

12. Теоремы Ролля и Лагранжа (без доказательства). Геометрическая интерпретация этих теорем.
13. Достаточные признаки монотонности функции (один из них доказать).
14. Определение экстремума функции одной переменной. Необходимый признак экстремума (доказать).
15. Достаточные признаки существования экстремума (доказать одну из теорем).
16. Понятие асимптоты графика функции. Горизонтальные, наклонные и вертикальные асимптоты. Примеры.
17. Общая схема исследования функций и построения их графиков. Пример.
18. Функции нескольких переменных. Примеры. Частные производные (определение). Экстремум функции нескольких переменных и его необходимые условия.
19. Понятие об эмпирических формулах и методе наименьших квадратов. Подбор параметров линейной функции (вывод системы нормальных уравнений).
20. Дифференциал функции и его геометрический смысл. Инвариантность формы дифференциала первого порядка.
21. Понятие первообразной функции. Неопределенный интеграл и его свойства (одно из свойств доказать).
22. Метод замены переменной в неопределенном интеграле и особенности его применения при вычислении определенного интеграла.
23. Метод интегрирования по частям для случаев неопределенного и определенного интегралов (вывести формулу). Примеры.
24. Определенный интеграл как предел интегральной суммы.
25. Свойства определенного интеграла.
26. Теорема о производной определенного интеграла по переменному верхнему пределу. Формула Ньютона–Лейбница.
27. Несобственные интегралы с бесконечными пределами интегрирования. Интеграл Пуассона (без доказательства).
28. Вычисление площадей плоских фигур с помощью определенного интеграла. Примеры.
29. Понятие о дифференциальном уравнении. Общее и частное решения. Задача Коши. Задача о построении математической модели демографического процесса.
30. Простейшие дифференциальные уравнения первого порядка (разрешенные относительно производной, с разделяющимися переменными) и их решение. Примеры.
31. Однородные и линейные дифференциальные уравнения первого порядка и их решения. Примеры.
32. Определение числового ряда. Сходимость числового ряда.
33. Свойства сходящихся рядов. Примеры.
34. Необходимый признак сходимости рядов (доказать). Гармонический ряд и его расходимость.
35. Признаки сравнения для знакоположительных рядов. Примеры.
36. Признак Даламбера сходимости знакоположительных рядов. Пример.
37. Знакочередующиеся ряды. Признак Лейбница сходимости знакочередующихся рядов. Пример.
38. Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимость рядов. Пример.

Образовательные технологии

При реализации программы дисциплины используются различные образовательные технологии: аудиторные занятия проводятся в виде

- лекций с использованием ПК и компьютерного проектора;

- практических занятий, семинаров, дискуссий.

Наряду с традиционными преподавательскими методиками изучение данной дисциплины предполагает реализацию следующих интерактивных учебных методов:

- метод дискуссии;
- метод решения задач и обсуждения в малых группах;
- метод обучения действием;
- мозговой штурм.

Предполагается возможность внеаудиторных он-лайн коммуникаций преподавателя со студентами, а также распространения необходимых материалов и осуществления контроля посредством использования возможностей Интернета.

7.Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)

Примерный перечень вопросов к зачету

1. Числовые множества. Счетные множества. Несчетность отрезка.
2. Понятие числовой последовательности. Арифметические действия над последовательностями. Ограниченные и неограниченные последовательности. Бесконечно большие последовательности.
3. Бесконечно малые последовательности и их свойства.
4. Сходящиеся последовательности . Свойства сходящихся последовательностей.
5. Предел функции в точке.
6. Свойства пределов.
7. Первый замечательный предел и следствия из него.
8. Второй замечательный предел и следствия из него.
9. Сравнение бесконечно малых. Таблица эквивалентных функций.
10. Непрерывность функции. Свойства непрерывных функций.
11. Точки разрыва функции.
12. Асимптоты графика функции.
13. Определение производной.
14. Физический смысл производной.
15. Геометрический смысл производной. Понятие дифференцируемости функции.
16. Правила дифференцирования.
17. Производная сложной функции.
18. Дифференциал функции, его геометрический смысл.
19. Свойства дифференциала.
20. Применение дифференциала для приближенных вычислений.
21. Логарифмическое дифференцирование. Производная степенно-показательной функции.
22. Дифференцирование функций, заданных параметрически.
23. Дифференцирование обратных функций.
24. Касательная и нормаль.
25. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница.
26. Производные второго порядка функций, заданных параметрически.
27. Теорема Ферма .
28. Теорема Ролля.
29. Теорема Лагранжа.
30. Теорема Коши.

31. Правила Лопиталя.
32. Формула Тейлора.
33. Остаточные члены формулы Тейлора.
34. Формула Маклорена.
35. Разложение по формуле Маклорена некоторых элементарных функций.
36. Условия монотонности функции.
37. Локальные экстремумы. Необходимое условие экстремума.
38. Достаточные признаки экстремума.
39. Выпуклость графика функции.
40. Необходимое и достаточное условия точки перегиба.
41. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.
42. Понятие о первообразной.
43. Неопределённый интеграл, его свойства.
44. Основные методы интегрирования.
45. Разложение рациональной функции на простейшие дроби.
46. Интегрирование простейших дробей.
47. Интегрирование тригонометрических выражений.
48. Интегрирование иррациональных выражений.
49. Определение интеграла по Риману.
50. Свойства определённого интеграла.
51. Определённый интеграл с переменным верхним пределом, его свойства.
52. Формула Ньютона-Лейбница.
53. Замена переменной в определённом интеграле.
54. Интегрирование по частям в определённом интеграле.
55. Приложения определённого интеграла.

Примерный перечень вопросов к экзамену

1. Частные производные.
2. Понятие дифференцируемости функции. Необходимое и достаточное условия дифференцируемости.
3. Дифференциал функции. Геометрический смысл дифференциала.
4. Дифференцирование сложной функции.
5. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.
6. Производная по направлению. Градиент.
7. Частные производные высших порядков.
8. Дифференциалы высших порядков.
9. Формула Тейлора.
10. Дифференцирование неявно заданной функции.
11. Наибольшее и наименьшее значения функции в заданной области.
12. Локальные экстремумы. Необходимое условие локального экстремума.
13. Достаточное условие локального экстремума функций n переменных, двух и трёх переменных.
14. Условный экстремум. Метод Лагранжа.
15. Дифференциальные уравнения (ДУ) первого порядка. Основные понятия. Классификация ДУ 1–го порядка и методы их решения.
16. Дифференциальные уравнения первого порядка. Теорема существования и единственности решения задачи Коши.
17. Дифференциальные уравнения второго порядка. Основные понятия.

18. Дифференциальные уравнения, допускающие понижение порядка.
19. Линейные дифференциальные уравнения (ЛДУ) n –го порядка. Основные понятия.
20. Независимые системы функций, теоремы о структуре решения ЛДУ.
21. Линейные однородные дифференциальные уравнения (ЛОДУ) n–го порядка с постоянными коэффициентами. Метод Эйлера.
22. Метод вариации произвольных постоянных.
23. Системы дифференциальных уравнений первого порядка. Основные понятия. Методы решения.
24. Системы линейных дифференциальных уравнений первого порядка. Основные понятия, теоремы о структуре решения.
25. Системы линейных однородных дифференциальных уравнений первого порядка. Метод Эйлера.
26. Понятие числового ряда. Сходимость ряда. Сумма ряда.
27. Критерий Коши для числовых рядов. Необходимое условие сходимости.
28. Свойства сходящихся рядов.
29. Ряды с неотрицательными членами. Признаки сравнения.
30. Признаки сходимости положительного ряда.
31. Знакочередующиеся ряды. Признак Лейбница.
32. Абсолютная и условная сходимости числовых рядов.
33. Свойства абсолютно сходящихся рядов.
34. Функциональные ряды. Сходимость в точке. Область сходимости.
35. Равномерная сходимость функционального ряда. Мажорируемость. Признак равномерной сходимости.
36. Степенные ряды. Теорема Абеля.
37. Радиус сходимости.
38. Свойства степенных рядов.
39. Разложение функции в ряд. Ряд Тейлора.
40. Ряд Маклорена для функции. Ряды Маклорена для некоторых элементарных функций.
41. Приложения степенных рядов.

Текущий контроль успеваемости по дисциплине может учитывать следующее:

- выполнение студентом всех видов работ, предусмотренных программой дисциплины (в том числе ответы на семинарах, коллоквиумах, при тестировании; подготовка докладов и рефератов; выполнение лабораторных и проверочных работ, индивидуальных заданий, участие в деловых играх и т.п.);
- посещаемость;
- самостоятельная работа студента;
- исследовательская работа и т.д.

Оценка должна носить комплексный характер и учитывать достижения студента по основным компонентам учебного процесса.

Оценка знаний по 100-балльной шкале в соответствии с критериями института реализуется следующим образом:

- менее 53 балла – «неудовлетворительно»;
- от 53 до 79 баллов – «удовлетворительно»;
- от 80 до 92 баллов – «хорошо»;
- 93 балла и выше – «отлично».

Критерии оценок промежуточной аттестации

Оценка за работу в течение семестра складывается из результатов текущего контроля знаний и работы в течение семестра.

Текущий контроль знаний

№ п/п	Форма текущего контроля	Баллы
1.	Выполнение студентом всех видов работ, предусмотренных программой дисциплины (в том числе ответы на практических занятиях, консультациях, семинарах, коллоквиумах, при тестировании; подготовка докладов и рефератов; выполнение лабораторных и проверочных работ, индивидуальных заданий, участие в деловых играх и т.п.)	45
2.	Подготовка ПР	15

Итого: текущий контроль знаний – 60 баллов.

Оценка за работу в семестре:

1. Присутствие и работа на лекции (конспект) – 1 балл;
2. Присутствие на практическом занятии, консультации – 1 балл;
3. Ответы на практических занятиях, консультациях – 2 балла;
4. Активность на практических занятиях, консультациях – 1 балл;
5. Самостоятельная работа (выполнение проверочной (контрольной) работы / индивидуального задания) – 15 баллов;
6. Контрольный опрос – по 5 баллов;

Итого: оценка за работу в семестре – 40 баллов.

Результаты текущего контроля успеваемости оцениваются по 100-балльной системе. Аттестованным считается студент, набравший 53 балла и выше.

Промежуточная аттестация проводится в форме зачета, экзамена, которые проводятся в устной форме в виде ответов на вопросы билета.

При этом оценка знаний студентов осуществляется в баллах в комплексной форме с учетом:

–оценки по итогам текущего контроля знаний;

–оценки промежуточной аттестации в ходе зачета, экзамена.

Содержание билета:

1-е задание – 50 баллов;

2-е задание – 50 баллов;

Итого: за промежуточную аттестацию (результат в ходе зачета, экзамена) – 100 баллов.

Задания для проверочных (контрольных) работ

1 семестр

Контрольная работа № 1

I. Теоретическая часть:

Вопрос 1.

1. Дать определение функции, способы ее задания.
2. Перечислить основные свойства функции: четность, нечетность, периодичность, монотонность, ограниченность.
3. Перечислить основные элементарные функции, их свойства и графики (обзор).
4. Дать определение предела функции в точке и на бесконечности.
5. Дать определение одностороннего предела.
6. Что называется бесконечно-малой и бесконечно-большой функциями?

7. Перечислить свойства и взаимная связь бесконечно-малой и бесконечно-большой функций.
8. Сформулировать основные теоремы о пределах.
9. Каков геометрический смысл первого и второго замечательных пределов?
10. Дать определение экспоненциальной функции и функции натурального логарифма.
11. Каково использование экспоненциальной функции и функции натурального логарифма при моделировании процессов, связанных с железнодорожной деятельностью?
12. Перечислить виды неопределенностей и способы их раскрытия.
13. Что называется непрерывностью функции в точке?
14. Перечислить виды точек разрыва.
15. Сформулировать теоремы о непрерывных функциях, непрерывность элементарных функций.
16. Перечислить свойства функций, непрерывных на отрезке.

Вопрос 2.

1. Дать определение понятию производной.
2. Определить геометрический, механический и экономический смысл производной.
3. Что такое дифференциал функции? Определить его геометрический смысл.
4. Какова связь непрерывности и дифференцируемости функции?
5. Каковы формулы дифференцирования основных элементарных функций?
6. Каковы правила дифференцирования суммы, разности, произведения, частного и суперпозиции функций?
7. Как формулируется правило Лопиталя?
8. Записать формулу конечных приращений Лагранжа.
9. Каковы признаки монотонности функции?
10. Раскройте понятие экстремумов, необходимые и достаточные условия экстремумов.
11. Каково правило исследования функции на экстремум?
12. Каковы признаки выпуклости и вогнутости функции?
13. Какие существуют необходимые и достаточные условия перегиба?
14. Каково правило исследования функции на выпуклость, вогнутость, перегиб?
15. Какие виды асимптот функции существуют, и каково правило их нахождения?
16. Описать общую схему полного исследования функции.

II. Практическая часть:

Задача 1. Вычислить:

1. $\lim\limits_{x\to -1}(6x^2-1)$.
2. $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^2-1}{x^2-2x-3.}$
3. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^3-3x+2}{x^4-4x+2}$.
4. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt[3]{x}-1}$.
5. $\lim\limits_{x\to 64}\dfrac{\sqrt{x}-8}{\sqrt[3]{x}-4}$.
6. $\lim\limits_{x\to 7}\dfrac{2-\sqrt{x-3}}{x^2-49}$.
7. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{x}$.
8. $\lim\limits_{x\to \infty}\dfrac{4x^2-3x+8}{6x^3-5x^2+1}$.
9. $\lim\limits_{x\to \infty}\dfrac{1-2x^2+x^3}{4-3x+x^2}$.
10. $\lim\limits_{x\to \infty}\dfrac{1-7x-5x^3}{x^3+x^2+1}$.
11. $\lim\limits_{x\to \infty}\dfrac{(1-2x)^5(1+3x)^3}{(6x^2-1)^2(1-x)^4}$.
12. $\lim\limits_{x\to \infty}\dfrac{(1-3x)^2(2x-1)^3}{(1-x)^3(2x+1)^2}$.
13. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin \pi x}{\sin 11x}$.
14. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 10x}{tg 8x}$.
15. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{tg 3x}{\sin 5x}$.
16. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\arcsin 3x}{\sin 2x}$.

Задача 2. Вычислить:

17. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{arctg 7x}{2x}$.
18. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{arctg 2x\cdot \arcsin 3x\cdot \sin 5x}{tg 7x\cdot \arcsin 11x\cdot tg 4x}$.
19. $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{4}}\dfrac{\sin x-\cos x}{1-tgx}$.
20. $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{2+x}{3-x}\right)^x$.
21. $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{x^2+2}{2x^2+1}\right)^{x^2}$.
22. $\lim\limits_{x\to \infty}\left(\dfrac{x-1}{x+3}\right)^{x+2}$.
23. $\lim\limits_{x\to \infty}\left(1-\dfrac{5}{x}\right)^{3x-4}$.
24. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+10x)}{x}$.
25. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1-x)}{x}$.
26. $\lim\limits_{x\to \infty} x(\ln(x+1)-\ln x)$.
27. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-e^{-x}}{\sin x}$.
28. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt[3]{1+x}-1}{x}$.
29. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{(1+x)^{14}-1}{x}$.
30. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x\cdot arctg 7x}{\ln(1+2x)\cdot(e^{3x}-1)}$.
31. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt[7]{1+x}-1}{\ln(1-2x)}$.
32. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{(1+x)^5-1}{e^{3x}-1}$..

Задача 3.Найдите производные следующих функций:

1. $y(x)=\sqrt[3]{a+bx^2}$.

2. $y(x) = e^{x^2} + 5\cos^3 x.$
3. $y(x) = \sqrt[3]{\sin^2 x}.$
4. $y(x) = \ln\cos x.$
5. $y(x) = x^{\sin x}.$
6. $y = \left(1 + \dfrac{1}{x}\right)^x.$
7. $y(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 - 3}).$
8. $y(x) = e^x(\cos x + tg\, x).$
9. $y(x) = \ln\ln x.$
10. $y(x) = e^{\cos\sqrt{x}}.$
11. $y(x) = \dfrac{\cos(\log_5 x) - tg(\ln x)}{e^{\arcsin\sqrt{x}}}.$
12. $y(x) = (x^2 + 1)^{3x}.$
13. $y(x) = \ln^3 \arccos\sqrt{x}.$
14. $y(x) = x^{x^4}.$
15. $y(x) = arcctg\sqrt{tg^2 x + 10}.$
16. $y(x) = ctg \ln x^2 \cdot tg(2\ln x).$

2 семестр

Контрольная работа № 1

I. Теоретическая часть:

Вопрос 1.

1. Назовите основные методы интегрирования.
2. Что называется неопределенным интегралом?
3. Что называется определенным интегралом?
4. Каковы области приложения определенных интегралов?
5. Как представить правильную рациональную дробь в виде простейших дробей?
6. Как представить правильную рациональную дробь, знаменатель которой разлагается лишь на неповторяющиеся множители первой степени в виде суммы простейших дробей?
7. Если знаменатель правильной рациональной дроби содержит лишь множители первой степени, среди которых имеются повторяющиеся, то какое справедливо соотношение?
8. Как правильную рациональную дробь, знаменатель которой разлагается лишь на неповторяющиеся множители второй степени с отрицательными дискриминантами, представить в виде суммы простейших дробей?
9. Если знаменатель правильной рациональной дроби содержит лишь множители второй степени с отрицательными дискриминантами, среди которых есть повторяющиеся множители, то какое справедливо соотношение?
10. Дайте понятие дифференциальному уравнению и его решению.
11. Каков общий вид дифференциального уравнения первого порядка, его общее, частное и особое решения, их геометрический смысл?

12. Какова теорема о существовании и единственности решения задачи Коши?
13. Каков вид дифференциального уравнения с разделяющимися переменными?
14. Каков вид линейного дифференциального уравнения первого порядка?
15. Каков общий вид дифференциальных уравнений высших порядков?
16. Каков общий вид линейного однородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами?
17. Как определить общий вид линейного неоднородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами?
18. Как составить дифференциальное уравнение?
19. Как определить вид дифференциального уравнения?
20. Как произвести проверку однородности уравнения?

Вопрос 2.

1. Как можно понизить порядок дифференциального уравнения высших порядков?
2. Как найти частное решение дифференциального уравнения?
3. Что называется обыкновенным дифференциальным уравнением? Что такое порядок дифференциального уравнения; степень дифференциального уравнения? Всякое ли дифференциальное уравнение имеет степень?
4. Что называется решением (интегральной кривой) дифференциального уравнения? В чем состоит задача интегрирования дифференциального уравнения?
5. Каковы основные формы задания уравнения первого прядка, разрешенного относительно производной? В каких видах могут быть заданы решения?
6. Как определить наклон интегральной кривой уравнения первого порядка в заданной точке $(x_0, \quad y_0)$ по виду уравнения? Что такое поле направлений, определяемое дифференциальным уравнением?
7. В чем состоит задача Коши для уравнения первого порядка, разрешенного относительно производной? При каком условии она имеет решение? При каких условиях это решение будет заведомо единственным?
8. Что такое общее решение? Как решается задача Коши при помощи формулы общего решения? Что такое общее решение в форме Коши? Что такое общий интеграл? Что такое общее решение в параметрической форме?
9. Что такое частное решение? Как оно связано с формулой общего решения?
10. Какое решение называется особым? Как оно может быть связано с формулой общего решения? Как найти кривые, подозрительные на особое решение, по самому дифференциальному уравнению? В каком случае уравнение заведомо не имеет особых решений? Почему огибающая семейства кривых будет особым решением? Как можно обнаружить кривые, подозрительные на особое решение, в процессе интегрирования данного дифференциального уравнения? Может ли дифференциальное уравнение иметь решения, которые не являются ни частными, ни особыми?
11. Как интегрируются неполные дифференциальные уравнения вида $y' = f(x), \quad y' = f(y)$?
12. Как интегрируются уравнения с разделенными и разделяющимися переменными?
13. Какое уравнение называется однородным (положительно однородным)? Какова особенность поля направлений, определяемого этим уравнением? Как оно интегрируется?
14. Какое уравнение называется обобщенным однородным? Как оно интегрируется?
15. Какое уравнение называется линейным? При каком условии задача Коши для линейного уравнения имеет единственное решение? Какова при этом условии степень произвола выбора начальных данных решений этого уравнения? В каком интервале суще-

ствуют решения? Может ли график ненулевого решения однородного уравнения пересекать ось Ox или касаться её. Может ли линейное уравнение иметь особые решения?

16. Какой вид имеет общее решение однородного линейного уравнения (в обычной форме и в форме Коши)? Как найти общее решение однородного линейного уравнения, если известно ненулевое частное решение его?

17. Как найти общее решение неоднородного линейного уравнения, если известно одно частное решение его и общее решение соответствующего однородного уравнения?

18. В чем заключается сущность методов Лагранжа и Эйлера нахождения общего решения неоднородного линейного уравнения?

19. Какой вид имеет общее решение неоднородного линейного уравнения (в обычной форме и в форме Коши)?

20. Как интегрируется уравнение Бернулли? При каком условии $y=0$ будет решением, когда это решение является частным и когда особым?

II. Практическая часть:

Задача 1. Вычислите интегралы:

1) $\int (5+7x)^{17}\,dx$; 2) $\int \frac{dx}{2+21x}$; 3) $\int \cos\pi k\,x\,dx$; 4) $\int \frac{dx}{\sqrt{3+4x^2}}$;

5) $\int \frac{e^t\,dt}{\sqrt{1-e^{2t}}}$; 6) $\int \frac{e^x}{1-e^x}dx$; 7) $\int \frac{x\,dx}{\cos^2 x^2}$; 8) $\int \frac{dx}{x^2-4x+4}$;

9) $\int \frac{5^{\sqrt{x}}\,dx}{\sqrt{x}}$; 10) $\int \sin(tgx)\frac{dx}{\cos^2 x}$; 11) $\int \frac{x^3-1}{x+1}dx$; 12) $\int \frac{\cos x\,dx}{\sqrt{1+\sin^2 x}}$;

13) $\int x\,arctg\,x\,dx$; 14) $\int x\arcsin x\,dx$; 15) $\int x^2\ln x\,dx$; 16) $\int 3^x\cos x\,dx$;

17) $\int \frac{dx}{x\ln x\ln(\ln x)}$; 18) $\int \sin\left(\frac{1}{x}\right)\frac{dx}{x^2}$;

19) $\int \sin\frac{x}{3}\sin\frac{x}{2}dx.$ 20) $\int \cos 4x\cos 7x dx.$

Задача 2. Решите уравнения:

1) $(x-1)y'=y^2$; 2) $y'=2xy+x^3$; 3) $tgx\sin^2 y dx+\cos^2 x ctg y dy=0$;

4) $xdy-ydx=\sqrt{x^2+y^2}dx$; 5) $y'=e^{2x}-y$;

6) $y'=\frac{10x+8y}{7x+5y}$; 6) $x^2dy-(2xy+3)dx=0$; 8) $x^2y'=xy+(x^2+y^2)arctg\frac{y}{x}$;

9) $y'tgx=y.$

10) $x^2y''+xy'=1$; 11) $yy'-y'(1+y')=0$; 12) $y''=-\frac{x}{y}$; 13) $y'(1+y'^2)=ay''$;

14) $y'^2-yy''=y^2*y'$; 15) $xy'''+y''=1+x$; 16) $y'''^2=4y''$.

17) $y'\sin x = y\ln y, \quad y\Big|_{x=\frac{\pi}{2}} = e;$

18) $y' - ytgx = \sec x, \quad y\Big|_{x=0} = 0;$

19) $y\left(\dfrac{dy}{dx}\right)^2 + 2x\dfrac{dy}{dx} - y = 0, \quad y\Big|_{x=0} = \sqrt{5};$

20) $t(1+t^2)dx = (x + xt^2 - t^2)dt, \quad x\Big|_{t=1} = -\dfrac{\pi}{4}.$

Задача 3. Исследовать функцию на непрерывность. В точках разрыва установить характер разрыва. Схематично построить график функции:

1. $f(x)=2x-\dfrac{|x+3|}{x+3}$.
2. $f(x)=x+\dfrac{x-1}{|x-1|}$.
3. $f(x)=\dfrac{x-1}{|x-1|}\cdot x+1$.
4. $f(x)=\dfrac{|x+5|}{x+5}\cdot x+2$.
5. $f(x)=\dfrac{|x+4|}{x+4}\cdot x-1$.
6. $f(x)=\dfrac{2x-1}{|2x-1|}\cdot x-7$.
7. $f(x)=2x-\dfrac{3x-3}{|3x-3|}(x-1)-2$.
8. $f(x)=\dfrac{x-1}{|x-1|}(x+1)-3$.
9. $f(x)=3x-\dfrac{|x-4|}{x-4}$.
10. $f(x)=x-\dfrac{x+5}{|x+5|}$.

11. $y=5^{\frac{1}{x-3}}$ 12. $y=3^{\frac{1}{x-4}}$ 13. $y=2^{\frac{1}{1-x}}$ 14. $y=4^{\frac{6}{3-x}}$ 15. $y=9^{\frac{1}{x-2}}$

1 6. $y=7^{\frac{1}{x+1}}$ 17. $y=6^{\frac{2}{x-3}}$ 18. $y=5^{\frac{4}{2-x}}$ 19. $y=7^{\frac{6}{2+x}}$ 20. $y=3^{\frac{2}{x+4}}$

Контрольная работа № 2

I. Теоретическая часть:

1. Что называется числовым рядом, его общим, его общим членом, частичной суммой?

2. Написать формулу общего члена и вычислить n-ю частичную сумму рядов по указанным общим членам:

а) $1+3+9+27+\ldots$ б) $1-\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{4}-\dfrac{1}{8}+\ldots$ в) $1-1+1-1+1\ldots$

3. Какой ряд называется рядом геометрической прогрессии? По какой формуле находится сумма конечной геометрической прогрессии?

4. Какая геометрическая прогрессия называется бесконечно убывающей и чему равна её сумма.

5. Какой ряд называется сходящимся? Что называется суммой ряда?
6. Сформулировать необходимый признак сходимости ряда? Является ли он достаточным? Сходится ли ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n+1}{3n-1}$? Почему?
7. Сформулировать достаточные признаки сходимости знакоположительных рядов (признаки сравнения, Даламбера, радикальный и интегральный признаки Коши).
8. Какой ряд называется гармоническим? Сходится ли гармонический ряд?
9. Каково условие сходимости ряда Дирихле $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^p}$, p>0?
10. Какой ряд называется знакопеременным? Знакочередующимся? Привести примеры.
11. Сформулировать признак Лейбница и следствие из него об оценке погрешности вычисления суммы ряда с помощью равенства $S \approx S_n$. Сколько членов ряда $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{1}{n^2}$ нужно взять, чтобы вычислить его сумму с точностью до 0,01?
12. Какие ряды называются абсолютно и условно сходящимися ? Привести пример ряда, сходящегося условно, и пример ряда, сходящегося абсолютно.
13. Перечислить основные свойства абсолютно сходящихся рядов.
14. Какой ряд называется функциональным? Что называется его областью сходимости и суммой?
15. Какой ряд называется степенным? Какова структура его области сходимости? Может ли область сходимости степенного ряда быть пустым множеством?
16. Известно, что степенной ряд $\sum_{n=1}^{\infty}a_n(x-2)^n$ сходится в точке $x_0=3$ и расходится в точке $x_1=0$. Как ведет себя ряд в точках $x_2=\frac{3}{2}$ и $x_4=6$?
17. Дать определение ряда Тейлора для функции f(x) в окрестности точки x_0. Каково необходимое и достаточное условие разложимости функции в ряд Тейлора?

II. Практическая часть:

Задача 1. Вычислите интегралы:

1. $\int \frac{x^2+5x+6}{(x+2)(x+3)}dx.$ 2. $\int \frac{x^5-x^3+4}{x^3+2x^2+3x+6}dx.$

3. $\int \frac{x^4-6x^3+12x^2+6}{x^3-6x^2+12x-8}dx.$ 4. $\int \frac{dx}{(3-5x)^3}.$ 5. $\int \frac{xdx}{x^3-1}.$

6. $\int \frac{dx}{x^2(x+1)^3}.$ 7. $\int \frac{dx}{(x^2+4)(x-1)}.$ 8. $\int \frac{dx}{(x^2+3)(x^2-4x+13)}.$

9. $\int \frac{3xdx}{(x^2+2x+2)^2}.$ 10. $\int \frac{x^2dx}{(x^3+8)^2}.$ 11. $\int \frac{\sqrt{x}dx}{x+1}.$

12. $\int \frac{\sqrt[3]{x}-16}{\sqrt[4]{x}+8}dx.$ 13. $\int \sqrt{\frac{1-x}{1+x}}dx.$ 14. $\int \frac{\sqrt{x-1}+\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-1}-\sqrt{x+1}}dx.$

15. $\int \frac{1-\sqrt{x-1}}{1+\sqrt[3]{x-1}}dx.5.$ 16.$\int \frac{\sin x\cos x}{(4+\cos x)^2}dx.C$ 17. $\int \frac{dx}{\sin x+\cos x}.$

18. $\int \frac{\sin x}{1-\sin x}dx.$ 19. $\int \left(tg^3\frac{x}{3}+tg^4\frac{x}{3}\right)dx.$ 20. $\int \cos\frac{x}{4}\sin\frac{x}{3}dx.$

Задача 2. Найдите интегралы:

1. $\int \frac{dx}{x^2+6x+10}.$ 2. $\int \frac{dx}{1-2x-x^2}.$ 3. $\int \frac{dx}{x^2+3x+0{,}25}.$

4. $\int \frac{dx}{2x^2-3x+3}.$ 5. $\int \frac{dz}{3z^2-3z+1}.$ 6. $\int \frac{(4x+5)dx}{2x^2+5x+20}.$

7. $\int \frac{7xdx}{x^2+x+1}.$ 8. $\int \frac{(3x-8)dx}{x^2+x-1}.$ 9. $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+6x+10}}.$

10. $\int \frac{dx}{\sqrt{1-2x-x^2}}.$ 11. $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+3x+0{,}25}}.$ 12. $\int \frac{dx}{\sqrt{2x^2-3x+3}}.$

13. $\int \frac{dz}{\sqrt{3z^2-3z+1}}.$ 14. $\int \frac{(3x-8)dx}{\sqrt{2x^2+5x+20}}.$ 15. $\int \frac{(4x-5)dx}{\sqrt{x^2+x+1}}.$

16. $\int \frac{xdx}{\sqrt{x^2+x-1}}.1.$ 17. $\int \cos^3 xdx.$ 18. $\int \sin^5 xdx.$

19. $\int \sin^2 x\cos^3 xdx.$ 20. $\int \cos^4 5xdx.$

Задача 3. Доказать расходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$, используя необходимый признак сходимости.

1.	$u_n=\sqrt{\frac{3n+4}{5n+1}}$	2.	$u_n=\frac{n+2}{\sqrt[3]{n^3+2n+4}}$
3.	$u_n=3^{-\frac{1}{5^n}}\cdot\frac{n+1}{2n+3}$	4.	$u_n=\left(\frac{n-1}{n+1}\right)^n$

5.	$u_n = \sqrt{\dfrac{4n-1}{100n+36}}$	6.	$u_n = \cos\dfrac{\pi}{3^n}$
7.	$u_n = \mathrm{tg}\,\dfrac{\pi n}{4n+1}$	8.	$u_n = \left(\dfrac{n-3}{n}\right)^n$
9.	$u_n = \dfrac{\sqrt{3n^2-4n}}{4n+5}$	10.	$u_n = \dfrac{\pi(n^2+2n-1)}{6n^2-5n+6}$
11.	$u_n = e^{\frac{n+1}{n^3+2n^2+3}}$	12.	$u_n = \cos\dfrac{\pi n+1}{6n^2+5n+4}$
13.	$u_n = \sqrt[3]{\dfrac{n+1}{8n+7}}$	14.	$u_n = (n^2+1)\sin\dfrac{\pi}{n^2}$
15.	$u_n = \dfrac{6\cdot 3^n + 2^{2n}}{7\cdot 2^{2n} - 3^{n+1}}$	16.	$u_n = \dfrac{2n^2+3n-1}{10n^2+15n+3}$
17.	$u_n = \sin\dfrac{\pi n+3}{3n+\pi}$	18.	$u_n = \left(\dfrac{2n-1}{2n+1}\right)^{3n}$
19.	$u_n = \sqrt{n^2+n} - \sqrt{n^2+1}$	20.	$u_n = \left(\dfrac{2}{3}\right)^{\frac{3\sqrt{n}}{2n+1}}$

Практическая часть:

Задача 1. Решить дифференциальные уравнения:

1) $4x\,dx - 3y\,dy = 3x^2 y\,dy - 2x\,y^2\,dx$;

2) $x\sqrt{1+y^2} + y\,y'\sqrt{1+x^2} = 0$;

3) $y' - \dfrac{y}{x} = x^2,\ y(1) = 1$;

4) $y' - y\cdot \mathrm{ctg}\,x = 2x\sin x$;

5) $y\,y'' - (y')^2 = 0$;

6) $y'' + 3y' + 2y = 2x^2 - 4x - 17$;

7) $y'' + 2y' = 4e^x(\sin x + \cos x)$.

8) $y'' - 4y' + 4y = -e^{2x}\cdot \sin 6x$.

9) $\sqrt{4+y^2}\,dx - y\,dy = x^2 y\,dy$;

10) $x\sqrt{3+y^2}\,dx + y\sqrt{2+x^2}\,dy = 0$;

11) $y' + y\cdot \mathrm{tg}\,x = \cos^2 x$;

12) $y' - \dfrac{y}{x+2} = x^2 + 2x$;

13) $y\,y'' + (y')^2 + 1 = 0$;

14) $y'' - 3y' = x^2,\ y(0) = 1,\ y'(0) = -\dfrac{2}{7}$;

15) $\sqrt{3+y^2}\,dx - y\,dy = x^2\,y\,dy$;

16) $6x\,dx - 6y\,dy = 2x^2\,y\,dy - 3x\,y^2\,dx$;

17) $y' - \frac{1}{x+1}\cdot y = e^x\,(x+1)$;

18) $y' - \frac{y}{x} = x\sin x,\ y(\pi) = 2\pi$;

19) $x\,y'' - y' = 0$;

20) $y'' + 2y' - 8y = 12\,e^{2x}$.

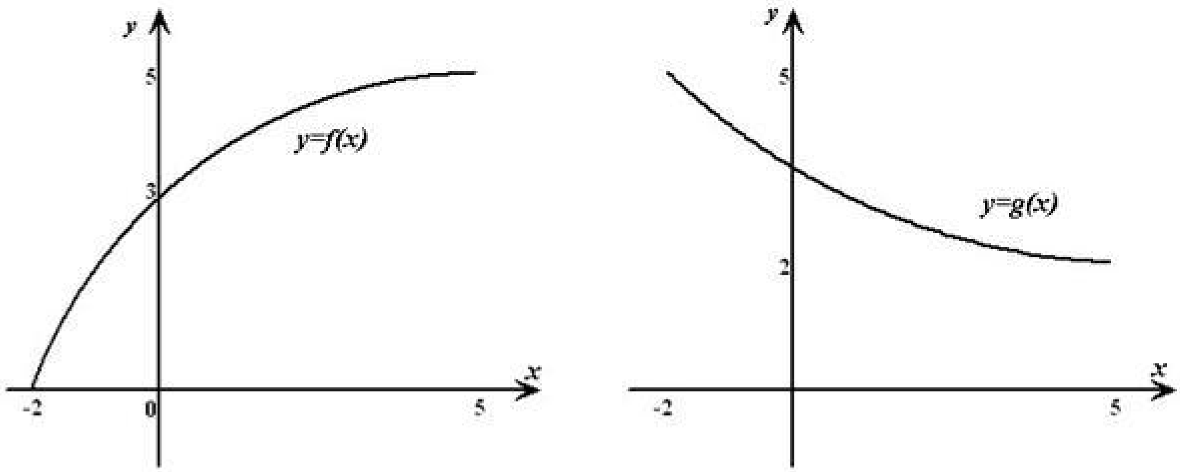
Задача 2. Исследовать на сходимость ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} u_n$ с помощью предельного признака сравнения.

1.	$u_n = \frac{2n^2+5n+1}{\sqrt{n^6+3n^2+2}}$	2.	$u_n = \frac{1}{2^n - n}$
3.	$u_n = \frac{e^n+n^4}{3^n+n^2+9n}$	4.	$u_n = \frac{\sqrt[3]{n}}{(n+1)\sqrt{n}}$
5.	$u_n = \frac{1}{(3n-2)(3n+1)}$	6.	$u_n = \frac{1}{\sqrt{n(n+1)(n+2)}}$
7.	$u_n = \frac{\sqrt[3]{n}}{(2n-1)\left(5\sqrt[3]{n}-1\right)}$	8.	$u_n = \frac{1}{n\sqrt[3]{n}+\sqrt{n}}$
9.	$u_n = \frac{2^n+n^2}{5^n+n^5}$	10.	$u_n = \sin\frac{\pi}{4n^2}$
11.	$u_n = \mathrm{tg}\frac{\pi n}{4n^2+4n+1}$	12.	$u_n = \frac{2n+1}{\sqrt{n^3+n}+\sqrt[3]{n^2}}$
13.	$u_n = \frac{n+1}{n+3}\arcsin\frac{1}{n^2+2}$	14.	$u_n = \sqrt{\frac{n^2}{n^6+4n^3+2n^2+1}}$
15.	$u_n = \frac{3n^2-5n+6}{\sqrt{n^7+4n^5+2}}$	16.	$u_n = \frac{3^n+2n^2}{2^{n+4}+4n^4+2n^2+3}$
17.	$u_n = \frac{\sqrt{3n+2}}{n^4+3n^2+2n}$	18.	$u_n = \pi n\cdot\mathrm{tg}\frac{1}{10n^3}$
19.	$u_n = (n+1)\mathrm{arctg}\frac{1}{(n+2)^2}$	20.	$u_n = \frac{n}{\sqrt{(n+1)(n+2)(n+3)}}$

Перечень тестов для промежуточного контроля

Примерные вопросы и задачи теста №1

1. На рисунке изображены графики функций $f(x)$ и $g(x)$, заданных на промежутке $[-2;5]$.



Справедливо утверждение:
А) Функция $f(g(x)-4)$ убывает.
Б) Уравнение $f(g(x))=3$ имеет два решения.
В) Наибольшее значение функции $f(f(x))$ равно 5.
Г) Число -2 является корнем уравнения $g(g(x))=2$.

2. Справедливо утверждение:

А) Если последовательности x_n и y_n монотонны и неограничены, то последовательность x_n+y_n неограничена.

Б) Если последовательности x_n и y_n монотонны и $y_n \neq 0$, то последовательность $\frac{x_n}{y_n}$ монотонна.

В) Всякая строго возрастающая последовательность целых чисел имеет член, больший 10.

Г) Если (x_n) и (y_n) – возрастающие последовательности отрицательных чисел, то последовательность $(x_n y_n)$ убывает.

3. Значение a, при котором $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{\sqrt{x^2+a}}{ax+1}=-1$ равно:

А) 1. Б) -1. В) 2. Г) $\frac{1}{2}$.

4. Дана функция $f(x)=\dfrac{2x-1}{x^2-4}$. Справедливо утверждение:

А) Функция $f(x)$ непрерывна в каждой точке области определения.

Б) Функция $f(x)$ имеет ровно две точки разрыва.

В) Функция $f(x)$ имеет точку устранимого разрыва.

Г) Функция $f(x)$ ограничена на промежутке $[-1;1]$.

5. Выбор одного ответа.

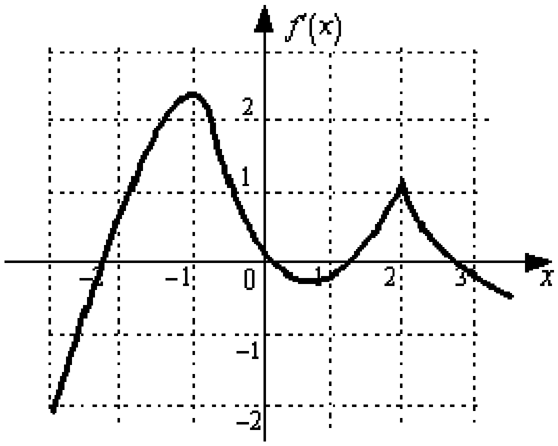
Пусть функция $u(x)$ определена и ограничена в некоторой окрестности точки x_0, а функция $v(x)$ является бесконечно большой при $x \to x_0$. Тогда при $x \to x_0$ функция $f(x)=\dfrac{u(x)}{v(x)}$ …

А. бесконечно малая Б. бесконечно большая В. может не иметь предела

Г. может иметь ненулевой предел

6. Ответы ДА или НЕТ.

Дан график производной $f'(x)$ некоторой функции $f(x)$:



Справедливо утверждение:

на промежутке $(-1;0)$ функция $f(x)$ возрастает

на промежутке $(-2;0)$ график функции $f(x)$ имеет точку перегиба

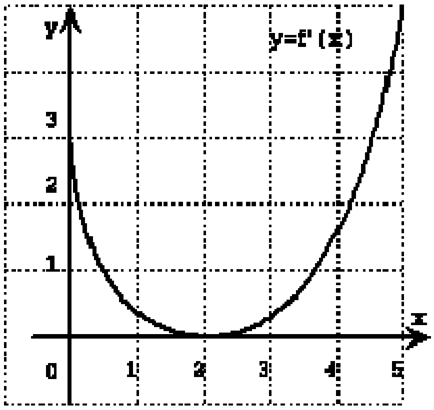
в точке -1 функция $f(x)$ имеет максимум

на промежутке $(2;3)$ функция $f(x)$ убывает

7. Функции $f(x)$ и $g(x)$ определены и дифференцируемы на всей числовой оси. Известно, что $f(1)=0$, $f'(2)=3$, $g(1)=2$, $g'(1)=2$. Тогда производная функции $f(g(x))$ в точке 1 равна

А) 1. Б) 2. В) 3. Г) 6.

8. Дан график производной $f'(x)$ некоторой функции $f(x)$, заданной на промежутке $[0;5]$.



Справедливо утверждение:

А) Функция $f(x)$ выпукла вниз. Б) Функция $f(x)$ строго возрастает.

В) Функция $f(x)$ не имеет корней. Г) График функции $f(x)$ имеет точку перегиба.

9. Функция $f(x)$ определена на промежутке $(0;2)$. Справедливо утверждение:

А) Если $f(x)$ строго возрастает на промежутке $(0;1)$ и строго убывает на промежутке $(1;2)$, то 1 является точкой максимума этой функции.

Б) Если функция $f(x)$ дифференцируема при всех $x \neq 1$, причем $f'(x) < 0$ при $0 < x < 1$ и $f'(x) > 0$ при $1 < x < 2$, то 1 является точкой минимума функции $f(x)$.

В) Если $f(x)$ непрерывна на промежутке $(0;2)$, строго убывает на промежутке $(0;1)$ и строго возрастает на промежутке $(1;2)$, то 1 является точкой минимума этой функции.

Г) Если функция $f(x)$ дифференцируема при всех $x \neq 1$ и имеет положительную вторую производную при всех $x \neq 1$, то 1 является точкой минимума функции $f(x)$.

10.Числовой ответ.

Для функции $y = \sin 2x$ выписана формула Тейлора по степеням $\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$. Найти значение коэффициента при $\left(x - \frac{\pi}{2}\right)^3$.

Примерные вопросы и задачи теста №2

1. Ответы ДА или НЕТ.

Пусть $f(x;y) = 2x^2 - 3xy + 4y^2 + x + 5y$, Тогда верны следующие утверждения:

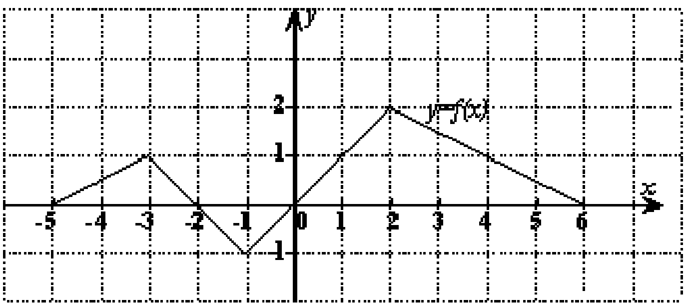
Точка $(-1;-1)$ является точкой минимума функции $f(x;y)$.

Функция $f(x;y)$ не имеет точек максимума.

Точка $(1;1)$ является стационарной точкой функции $f(x;y)$.

Длина вектора - градиента функции $f(x;y)$ в точке $(-1;-1)$ больше 1.

2. Первая частная производная функции $f(x,y)=\ln(xy^2+x^3)$ по переменной x в точке $(1;0)$ равна:
А) 1. Б) 2. В) 3. Г) 4.
3. Справедливо утверждение:
А) Функция $f(x,y)=2010x^2+2011xy+2012y^2$ имеет ровно две точки максимума.
Б) Функция $f(x,y)=x^3-3xy^2-6y$ имеет по крайней мере две стационарные точки.
В) Существует функция, имеющая более 100 стационарных точек.
Г) Если функция $f(x,y)$ не имеет ни одной стационарной точки, то она не имеет ни наименьшего, ни наибольшего значения.
4. График функции $y=f(x)$ изображен на рисунке:



Справедливо утверждение:
А) $\int_{-5}^{6} f(x)dx=-2$. Б) $\int_{-5}^{6} f(x)dx=6.5$. В) $\int_{-5}^{6} f(x)dx=7$.
Г) $\int_{-5}^{6} f(x)dx=\sqrt{80}$.

5. Функция $f(x)$ задана на промежутке $[1;+\infty)$ формулой $f(x)=\int_1^x \frac{\sin t}{t}dt.$ Справедливо утверждение:
А) Функция $f(x)$ является монотонной.
Б) Функция $f(x)$ возрастает на промежутке $[2;3]$.
В) Точка $x=\pi$ является точкой минимума функции $f(x)$.
Г) В точке $x=\pi$ функция принимает наибольшее значение.
6. Выбор ответа.

При любых значениях постоянных c_1 и c_2 функция $y(x)=c_1\sin 3x+c_2\cos 3x$ является решением дифференциального уравнения:
А. $y''+9y=0$ Б. $y''-9y=0$ В. $y''-3y'=0$ Г. $y''+3y'=0$

7. Частное решение для дифференциального уравнения $y''+2y'+y=xe^{-x}$ можно искать в виде

1) Axe^{-x} 2) $Axe^{-x}+B$ 3) $(Ax^2+Bx)e^{-x}$ 4) $(Ax+B)e^{-x}$

8. Даны ряды: $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{n!}, \quad \sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{n^2}, \quad \sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^n}{n!}, \quad \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(n!)^3}{(2n)!}.$

Количество расходящихся среди них равно

А) 0. Б) 1. В) 2. Г) 3. Д) 4

9. Числовой ответ.

Найдите коэффициент при x^3 в разложении функции $f(x)=\frac{3}{(x-1)(2x+1)}$ в р

Вариант теста для промежуточного контроля

<u>По определению (Гейне), функция f(x) называется непрерывной в точке x0, если ∀{xn}→x0, соответствующая {f(xn)}</u>

сходится к 0

сходится к A≠0

<u>сходится к f(x0)</u>

расходится

Если функция f(x)- бесконечно большая функция при x→ a, то предел функции α(x)=1/f(x) равен

∞

<u>0</u>

A≠0

Последовательность {an}, где an = 1/n является

неограниченной снизу

<u>ограниченной</u>

неограниченной

Какая из функций имеет предел на бесконечности, равный нулю:

<u>f(x)=1/(x+1)</u>

f(x)=x+1

f(x)=x/(x+1)

Что является асимптотической формулой для e^x при x →0

x*o(x)

x+o(x)

<u>1+x+o(x)</u>

Если α(x), β(x) и γ(x)=α(x)- β(x) - б.м.ф. при x→x0. Какое условие необходимо и достаточно для того, чтобы α(x)~β(x)

<u>γ(x)=o((α(x))</u>

α(x)=o((γ(x))

β(x)=o((γ(x))

<u>γ(x)=o((β(x))</u>

Пусть α(x)=x^2-1, β(x)=2(x-1), x→1. Тогда

α(x), β(x) одного порядка

β(x)=o(α(x))

α(x)=o(β(x))

<u>α(x)~ β(x)</u>

не сравнимы

Отметьте верные утверждения:
каждая ограниченная функция имеет предел в точке
функция не может иметь в точке два разных предела
определение предела по Коши и по Гейне эквивалентны
Отметьте верные утверждения
определение непрерывности по Коши и по Гейне эквивалентны
если функция f-g непрерывна в точке x0, то функции f и g непрерывны в этой точке
если функция f+g и f-g непрерывны в точке x0, , то функция g непрерывна в этой точке

Пусть α(x), β(x) б.м.ф. при x→x0 и lim (α(x)/β(x)) = 1 (x→x0). Тогда
α(x), β(x) одного порядка
β(x)=o(α(x))
α(x)=o(β(x))
α(x)~ β(x)
не сравнимы
Какие условия должны выполняться, чтобы lim (α1(x)/β1(x))(x→x0)=lim (α(x)/β(x))(x→x0)
α(x)~α1(x) и β(x)=o((β1(x))
α(x)~α1(x) и β(x)~β1(x)
α(x)=o((α1(x)) и β(x)~β1(x)
β(x)=o((β 1(x))и α(x)=o((α1(x))

Пусть для функции f(x) выполнено условие ∀Ɛ > 0 ∃δ(Ɛ): ∀x',x'' ∈ (a,b)|x' - x''| < δ ⇨ |f(x') - f(x'')| < Ɛ. Это означает, что функция f(x)
непрерывна на интервале (a,b)
равномерно непрерывна на интервале (a,b)
непрерывна на отрезке [a,b]
равномерно непрерывна на отрезке [a,b]

Пусть α(x), β(x) б.м.ф. при x∊x0 и lim (α(x)/β(x)) = 0 (x→x0). Тогда
α(x), β(x) одного порядка
β(x)=o((α(x))
α(x)=o((β(x))
α(x)~ β(x)
не сравнимы

Какая из указанных функций является равномерно непрерывной на интервале (1,2):
f(x)=1/(x-1)
f(x)=sin(π/x-1))
f(x)=x-1

Для какого множества из непрерывности функции на нём следует её равномерная непрерывность:
интервал (a,b)
отрезок [a,b]
полуинтервал (a,b]
полуинтервал [a,b)

Что является асимптотической формулой для ln(1+x) при x →0

x*o(x)
x+o(x)
1+x+o(x)

Чему эквивалентна функция y = arcsin(x — 2) при x → 2
x+2
x
x-2
1/(x-2)

Функция f(x)=o(φ(x)) при x → x0, если
lim φ(x)/f(x)=0 (x → x0)
lim f(x)/φ(x)=1 (x → x0)
lim f(x)/φ(x)=0 (x → x0)
lim f(x)/φ(x)=C≠0 (x → x0)
∄ lim f(x)/φ(x) (x → x0)

Если α(x), β(x) — б.м.ф. при x → x0, γ(x)=α(x)-β(x) и γ(x)=o(α(x)), то
α(x)~ β(x)
α(x)~ γ(x)
γ(x)~ β(x)

Пусть α(x), β(x),α1(x), β1(x)- бесконечно малые при x → x0 функции, причём α(x)~α1(x) и β(x)~β1(x). Если ∃ lim α(x)/β(x)=∞ (x → x0). То
∄ lim α1(x)/β1(x) (x → x0)
lim α1(x)/β1(x)=C (x → x0)
lim α1(x)/β1(x)=∞(x → x0)
lim β1(x)/α1(x)=C (x → x0)

8.Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

8.1.Основная учебная литература

1. Протасов Ю. М.Математический анализ: учебное пособие. – Флинта, 2012. – 165 с. // http://www.knigafund.ru/books/179430
2. Математика. Математический анализ: учебно-методический комплекс Малахов А. Н., Геворкян Э. А. Евразийский открытый институт • 2010 год • 343 страницы http://www.knigafund.ru/books/185569

8.2.Дополнительная учебная литература

1. Ячменёв Л.Т. Высшая математика: учебник. – М.: РИОР; ИНФРА-М, 2013. – 752 с. (гриф)
2. Шипачев В.С. Высшая математика: учебник для вузов. – 7-е изд., стер. – М.: Высшая школа, 2005. – 479 с. (гриф).

В соответствии с договором студентам и преподавателям института предоставляется право доступа к электронному периодическому изданию Электронно-библиотечной системы «КнигаФонд» (www.knigafund.ru).

1. Курс математического анализа: учебное пособие, Ч. 1 Максименко В. Н., Меграбов А. Г., Павшок Л. В. НГТУ • 2009 год • 345 страниц

2. Курс математического анализа: учебное пособие, Ч. 2 Максименко В. Н., Меграбов А. Г., Павшок Л. В. НГТУ • 2011 год • 411 страниц
3. Краткий курс высшей математики: Учебник Балдин К.В., Рукосуев А.В., Балдин Ф.К., Джеффаль В.И., Кочкин Н.А., Шустова Е.В. Дашков и К 2015 г. 512 страниц
4. Задания к типовым расчетам по математическим дисциплинам: учебное пособие
5. Щукина Н. В., Смирнова О. Б. Директ-Медиа • 2015 год • 146 страниц

9.Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети Интернет, необходимых для освоения дисциплины (модуля)

1. Математический портал http://mathportal.net/
2. Общероссийский математический портал Math-Net.Ru http://www.mathnet.ru/

10.Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Планирование и организация времени, необходимого для изучения дисциплины

Важным условием успешного освоения дисциплины является создание системы правильной организации труда, позволяющей распределить учебную нагрузку равномерно в соответствии с графиком образовательного процесса. Большую помощь в этом может оказать составление плана работы на семестр, месяц, неделю, день. Его наличие позволит подчинить свободное время целям учебы, трудиться более успешно и эффективно. С вечера всегда надо распределять работу на завтрашний день. В конце каждого дня целесообразно подвести итог работы: тщательно проверить, все ли выполнено по намеченному плану, не было ли каких-либо отступлений, а если были, по какой причине они произошли. Нужно осуществлять самоконтроль, который является необходимым условием успешной учебы. Если что-то осталось невыполненным, необходимо изыскать время для завершения этой части работы, не уменьшая объема недельного плана. Все задания к практическим занятиям, а также задания, вынесенные на самостоятельную работу, рекомендуется выполнять непосредственно после соответствующей темы лекционного курса, что способствует лучшему усвоению материала, позволяет своевременно выявить и устранить «пробелы» в знаниях, систематизировать ранее пройденный материал, на его основе приступить к овладению новыми знаниями и навыками.

Система обучения основывается на рациональном сочетании нескольких видов учебных занятий (в первую очередь, лекций и практических занятий), работа на которых обладает определенной спецификой.

Подготовка к лекциям

Знакомство с дисциплиной происходит уже на первой лекции, где от студента требуется не просто внимание, но и самостоятельное оформление конспекта. При работе с конспектом лекций необходимо учитывать тот фактор, что одни лекции дают ответы на конкретные вопросы темы, другие – лишь выявляют взаимосвязи между явлениями, помогая студенту понять глубинные процессы развития изучаемого предмета как в истории, так и в настоящее время.

Конспектирование лекций – сложный вид вузовской аудиторной работы, предполагающий интенсивную умственную деятельность студента. Конспект является полезным тогда, когда записано самое существенное и сделано это самим обучающимся. Не надо стремиться записать дословно всю лекцию. Такое «конспектирование» приносит больше вреда, чем пользы. Целесообразно вначале понять основную мысль, излагаемую лектором, а затем записать ее. Желательно запись осуществлять на одной странице листа или оставляя поля, на которых позднее, при самостоятельной работе с конспектом, можно сделать дополнительные записи, отметить непонятные места.

Конспект лекции лучше подразделять на пункты, соблюдая красную строку. Этому в большой степени будут способствовать вопросы плана лекции, предложенные преподавателям. Следует обращать внимание на акценты, выводы, которые делает лектор, отмечая наиболее важные моменты в лекционном материале замечаниями «важно», «хорошо запомнить» и т.п. Можно делать это и с помощью разноцветных маркеров или ручек, подчеркивая термины и определения.

Целесообразно разработать собственную систему сокращений, аббревиатур и символов. Однако при дальнейшей работе с конспектом символы лучше заменить обычными словами для быстрого зрительного восприятия текста.

Работая над конспектом лекций, всегда необходимо использовать не только учебник, но и ту литературу, которую дополнительно рекомендовал лектор. Именно такая серьезная, кропотливая работа с лекционным материалом позволит глубоко овладеть теоретическим материалом.

Подготовка к практическим занятиям, консультациям

Подготовку к каждому практическому занятию студент должен начать с ознакомления с планом практического занятия, который отражает содержание предложенной темы. Тщательное продумывание и изучение вопросов плана основывается на проработке текущего материала лекции, а затем изучения обязательной и дополнительной литературы, рекомендованной к данной теме. Все новые понятия по изучаемой теме необходимо выучить наизусть и внести в глоссарий, который целесообразно вести с самого начала изучения курса.

Результат такой работы должен проявиться в способности студента свободно ответить на теоретические вопросы практикума, его выступлении и участии в коллективном обсуждении вопросов изучаемой темы, правильном выполнении практических заданий и контрольных работ.

В процессе подготовки к практическим занятиям, студентам необходимо обратить особое внимание на самостоятельное изучение рекомендованной литературы. При всей полноте конспектирования лекции в ней невозможно изложить весь материал из-за лимита аудиторных часов. Поэтому самостоятельная работа с учебниками, учебными пособиями, научной, справочной литературой, материалами периодических изданий и Интернета является наиболее эффективным методом получения дополнительных знаний, позволяет значительно активизировать процесс овладения информацией, способствует более глубокому усвоению изучаемого материала, формирует у студентов свое отношение к конкретной проблеме.

Рекомендации по написанию практических (проверочных) работ / индивидуальных заданий

Рекомендации по работе с литературой

Работу с литературой целесообразно начать с изучения общих работ по теме, а также учебников и учебных пособий. Далее рекомендуется перейти к анализу монографий и статей, рассматривающих отдельные аспекты проблем, изучаемых в рамках курса, а также официальных материалов и неопубликованных документов (научно-исследовательские работы, диссертации), в которых могут содержаться основные вопросы изучаемой проблемы.

Работу с источниками надо начинать с ознакомительного чтения, т.е. просмотреть текст, выделяя его структурные единицы. При ознакомительном чтении закладками отмечаются те страницы, которые требуют более внимательного изучения.

В зависимости от результатов ознакомительного чтения выбирается дальнейший способ работы с источником. Если для разрешения поставленной задачи требуется изучение некоторых фрагментов текста, то используется метод выборочного чтения. Если в книге нет подробного оглавления, следует обратить внимание ученика на предметные и именные указатели.

Избранные фрагменты или весь текст (если он целиком имеет отношение к теме) требуют вдумчивого, неторопливого чтения с «мысленной проработкой» материала. Такое чтение предполагает выделение: 1) главного в тексте; 2) основных аргументов; 3) выводов. Особое внимание следует обратить на то, вытекает тезис из аргументов или нет.

Необходимо также проанализировать, какие из утверждений автора носят проблематичный, гипотетический характер и уловить скрытые вопросы.

Понятно, что умение таким образом работать с текстом приходит далеко не сразу. Наилучший способ научиться выделять главное в тексте, улавливать проблематичный характер утверждений, давать оценку авторской позиции – это сравнительное чтение, в ходе которого студент знакомится с различными мнениями по одному и тому же вопросу, сравнивает весомость и доказательность аргументов сторон и делает вывод о наибольшей убедительности той или иной позиции.

Если в литературе встречаются разные точки зрения по тому или иному вопросу из-за сложности прошедших событий и правовых явлений, нельзя их отвергать, не разобравшись. При наличии расхождений между авторами необходимо найти рациональное зерно у каждого из них, что позволит глубже усвоить предмет изучения и более критично оценивать изучаемые вопросы. Знакомясь с особыми позициями авторов, нужно определять их схожие суждения, аргументы, выводы, а затем сравнивать их между собой и применять из них ту, которая более убедительна.

Следующим этапом работы с литературными источниками является создание конспектов, фиксирующих основные тезисы и аргументы. Можно делать записи на отдельных листах, которые потом легко систематизировать по отдельным темам изучаемого курса. Другой способ – это ведение тематических тетрадей-конспектов по одной какой-либо теме. Большие специальные работы монографического характера целесообразно конспектировать в отдельных тетрадях. Здесь важно вспомнить, что конспекты пишутся на одной стороне листа, с полями и достаточным для исправления и ремарок межстрочным расстоянием (эти правила соблюдаются для удобства редактирования). Если в конспектах приводятся цитаты, то непременно должно быть дано указание на источник (автор, название, выходные данные, № страницы). Впоследствии эта информации может быть использована при написании текста реферата или другого задания.

Таким образом, при работе с источниками и литературой важно уметь:

· сопоставлять, сравнивать, классифицировать, группировать, систематизировать информацию в соответствии с определенной учебной задачей;

· обобщать полученную информацию, оценивать прослушанное и прочитанное;

· фиксировать основное содержание сообщений; формулировать, устно и письменно, основную идею сообщения; составлять план, формулировать тезисы;

· готовить и презентовать развернутые сообщения типа доклада;

· работать в разных режимах (индивидуально, в паре, в группе), взаимодействуя друг с другом;

· пользоваться реферативными и справочными материалами;

· контролировать свои действия и действия своих товарищей, объективно оценивать свои действия;

· обращаться за помощью, дополнительными разъяснениями к преподавателю, другим студентам.

· пользоваться лингвистической или контекстуальной догадкой, словарями различного характера, различного рода подсказками, опорами в тексте (ключевые слова, структура текста, предваряющая информация и др.);

· использовать при говорении и письме перифраз, синонимичные средства, слова-описания общих понятий, разъяснения, примеры, толкования, «словотворчество»;

· повторять или перефразировать реплику собеседника в подтверждении понимания его высказывания или вопроса;

· обратиться за помощью к собеседнику (уточнить вопрос, переспросить и др.);

· использовать мимику, жесты (вообще и в тех случаях, когда языковых средств не хватает для выражения тех или иных коммуникативных намерений).

Подготовка к промежуточной аттестации

При подготовке к промежуточной аттестации целесообразно:

- внимательно изучить перечень вопросов и определить, в каких источниках находятся сведения, необходимые для ответа на них;
- внимательно прочитать рекомендованную литературу;
- составить краткие конспекты ответов (планы ответов).

11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Windows 8, Microsoft Office 2007, (Microsoft Word 2007 - Текстовый процессор; Microsoft Excel 2007 - Табличный процессор; Microsoft PowerPoint 2007 - Создание и показ презентаций).

12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Для проведения занятий по дисциплине кафедра располагает необходимой материально-технической базой, обеспечивающей проведение всех видов занятий, предусмотренных данной программой и соответствующей действующим санитарным и противопожарным правилам и нормам:

1. Специализированной аудиторией для проведения лекционных и семинарских занятий, оснащенной ЖК-телевизором, проектором Nec NP-V260G, стационарным экраном «Digis Optimal-C»;
2. Специализированной аудиторией для проведения практических занятий, семинаров, курсового проектирования, консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, оснащенной ЖК-телевизором, проектором Benq MS504, стационарным экраном «Digis Optimal-C»;
3. Специализированной аудиторией для самостоятельной работы обучающихся, оснащенной ноутбуками «Lenovo B590» с выходом в сеть Интернет и доступом к электронной информационно-образовательной среде ЛЭГИ;
4. Учебниками, учебными пособиями и методической литературой библиотеки ЛЭГИ, наборами учебно-наглядных пособий по основным разделам программы.

Лист согласования

СОГЛАСОВАНО

Представитель руководства по СМК

________________ Н.Ю. Филоненко

«   »   2016 г.

РАЗРАБОТАНО

Канд.физ-мат.наук, доцент кафедры ПИЭ

__________________Е.В. Фролова

«   »   2016 г.

Лист регистрации изменений

к рабочей программе дисциплины

Номер изменения	Дата введения в действие	Перечень измененных пунктов