

	ЧОУ ВО «Липецкий эколого-гуманитарный институт»	СИСТЕМА МЕНЕДЖМЕНТА КАЧЕСТВА	
	АННОТАЦИЯ ДИСЦИПЛИНЫ		
	Дифференциальные и разностные уравнения		Стр. 1 из 26

УТВЕРЖДАЮ

Ректор

_____ В.Ю. Филоненко

«2» сентября 2022 г.

АННОТАЦИЯ

к рабочей программе дисциплины

Дифференциальные и разностные уравнения

(наименование дисциплины)

Направление подготовки: 38.03.05 – Бизнес- информатика

Профиль подготовки: Электронный бизнес

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очная/очно-заочная

Липецк –2022 г.

	НОУ ВО «Липецкий эколого-гуманитарный институт»	СИСТЕМА МЕНЕДЖМЕНТА КАЧЕСТВА	
	РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ	РПД-08/2-07-2016	
	Дифференциальные и разностные уравнения	Взамен РПД - 2015	Стр. 3 из 26

1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины «Дифференциальные и разностные уравнения» является изучение основных понятий и методов решения дифференциальных и разностных уравнений и их систем для дальнейшего использования в приложениях.

2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОП

общекультурные компетенции (ОК):

способностью к самоорганизации и самообразованию (ОК-7);

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

- *Знать* основы теории дифференциальных и разностных уравнений как типовых моделей объектов бизнес-информатики, основные методы решения дифференциальных и разностных уравнений и их систем
- *Уметь*: решать дифференциальные и разностные уравнения, системы линейных дифференциальных и разностных уравнений и применять методы их решения для решения задач бизнес-информатики
- *Владеть*: навыками применения методов дифференциальных и разностных уравнений для решения задач бизнес-информатики

3. Место дисциплины в структуре ОП ВО

Дисциплина «Дифференциальные и разностные уравнения» входит в блок 1 базовой части, код Б1.Б.20. Читается на 2 курсе (3 семестр – очная форма обучения, уст., 3 семестр – заочная форма обучения.).

Дисциплина «Дифференциальные и разностные уравнения» опирается на математические знания студентов, приобретенные ими в результате изучения дисциплин «Математический анализ» и «Линейная алгебра» и является предшествующей для изучения дисциплин направления, использующих математическое моделирование бизнес-процессов («Моделирование бизнес-процессов», «Архитектура предприятия», «Нечеткая логика и нейронные сети»).

4. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием академических или астрономических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Объем дисциплины - 2 зачетных единицы, 72 часа.

Очная форма обучения: контактная работа – 36 час. (лекции – 18 час.; практические занятия - 18 час.); самостоятельная работа обучающихся – 36 часов.

Заочная форма обучения: контактная работа - 10 часов (лекции – 4 час.; консультации – 6 час.); экзамен – 36 час.; самостоятельная работа обучающихся – 26 час.



5. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических или астрономических часов и видов учебных занятий

№ п/п	Наименование модулей (разделов) дисциплины	Семестр	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах) очная/заочная форма обучения				Формы текущего контроля успеваемости Форма промежуточной аттестации
			лекции	практ. занятия, конс.	интерактивные формы занятий	самостоятельная работа студентов	
1	Дифференциальные уравнения первого порядка. Основные типы и методы решения		2/1	2/1	Решение задач с обсуждением в группе	4/2	Решение задач
2	Дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка. Основные типы и методы решения		4/1	4/1	Решение задач с обсуждением в группе	5/3	Опрос
3	Линейные дифференциальные и разностные уравнения произвольного порядка. Общие методы решения		4/1	4/1	Решение задач с обсуждением в группе	5/3	Оценивание решения задач. Сдача ПР1
4	Линейные дифференциальные и разностные уравнения произвольного порядка. Специальные методы решения		4/0,5	4/1	Решение задач с обсуждением в группе	5/3	Оценивание решения задач
5	Системы линейных дифференциальных и разностных уравнений в нормальной форме. Методы решения		4/0,5	4/2	Решение задач с обсуждением в группе	5/3	Активность в решении задач Сдача ПР2
					-	12/12	Подготовка к зачету/ экзамену, 2ПР
	Итого за 3/уст., 3 семестр		18/4	18/6	-	36/26	Зачет / Экзамен (36 час.)

Распределение компетенций по темам дисциплины

№ п/п	Раздел дисциплины	Освоенные компетенции
1.	Дифференциальные уравнения первого порядка. Основные типы и методы решения	ОК-7
2.	Дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка. Основные типы и методы решения	ОК-7
3.	Линейные дифференциальные и разностные уравнения произвольного порядка. Общие методы решения	ОК-7
4.	Линейные дифференциальные и разностные уравнения произвольного	ОК-7

	НОУ ВО «Липецкий эколого-гуманитарный институт»	СИСТЕМА МЕНЕДЖМЕНТА КАЧЕСТВА	
	РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ	РПД-08/2-07-2016	
	Дифференциальные и разностные уравнения	Взамен РПД - 2015	Стр. 5 из 26

	порядка. Специальные методы решения	
5.	Системы линейных дифференциальных и разностных уравнений в нормальной форме. Методы решения	ОК-7

Методические указания для преподавателей

Рекомендуемые средства, методы обучения, способы учебной деятельности, применение которых для освоения конкретных модулей рабочей учебной программы наиболее эффективно:

– обучение теоретическому материалу рекомендуется основывать на основной и дополнительной литературе, изданных типографским или электронным способом конспектах лекций; рекомендуется в начале семестра ознакомить студентов с программой дисциплины, перечнем теоретических вопросов для текущего промежуточного и итогового контроля знаний, что ориентирует и поощрит студентов к активной самостоятельной работе;

- рекомендуется на первом занятии до студентов должны быть доведены требования по освоению материала, правила написания и сдачи проверочной работы (ПР) / индивидуального задания (ИЗ), перечень рекомендуемой основной и дополнительной литературы. Желательно провести обзор тем, которые будут изучены в течение семестра с тем, чтобы студенты более осознанно подходили к выполнению ПР /ИЗ.

Занятия проводятся в активной и интерактивной форме (в соответствии с ПО 07.08-13-2013 Интерактивное обучение). Интерактивные формы занятий рабочим учебным планом не предусмотрены.

Учебный процесс, опирающийся на использование активных методов обучения, организуется с учетом включенности в процесс познания всех студентов группы без исключения. Совместная деятельность (решение задач в малых группах с последующим обсуждением в группе) означает, что каждый вносит свой особый индивидуальный вклад, в ходе работы идет обмен знаниями, идеями, способами деятельности. Организуются индивидуальная, парная и групповая работа, используется проектная работа, ролевые игры, осуществляется работа с документами и различными источниками информации и т.д. Методы основаны на принципах взаимодействия, активности обучаемых, опоре на групповой опыт, обязательной обратной связи. Создается среда образовательного общения, которая характеризуется открытостью, взаимодействием участников, равенством их аргументов, накоплением совместного знания, возможностью взаимной оценки и контроля.

Тематика лекций

1. Дифференциальные уравнения первого порядка. Основные типы и методы решения

Понятие о дифференциальном уравнении (ДУ) и уравнении первого порядка.

Динамические процессы в экономике, их описание с помощью ДУ, примеры: возрастание банковского вклада; изменение основного капитала; модель Самуэльсона–Хинкса.

Определение ДУ первого порядка, его решений общего и частного, задача Коши, интегральная кривая. Теорема о существовании и единственности решения.

ДУ с разделяющимися переменными, линейные ДУ, ДУ Бернулли. Обзор других типов ДУ первого порядка: однородные ДУ, уравнения Лагранжа и Клеро, уравнения в полных дифференциалах, уравнение Риккати). Приближенное решение ДУ (метод Эйлера). Пример: линейная модель распределения дохода и накопления капитала (Харрода-Домара, Филиппса).



Задачи, приводящие к ДУ. Дифференциальные модели в экономике. Физические и геометрические задачи, приводящие к ДУ. Уравнения, разрешенные относительно производной. Интегральные кривые. Задача Коши. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для уравнений первого порядка.

2. Дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка. Основные типы и методы решения

Основные понятия. Линейные однородные уравнения n -го порядка с переменными коэффициентами. Структура пространства решений. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для уравнения любого порядка. Структура пространства решений. Базис пространства решений однородного ЛДУ n -го порядка. Линейная независимость функций. Вронскиан и его свойства. Пример решения задачи.

Сведение уравнений n -го порядка к системам уравнений первого порядка. Линейные ДУ второго порядка. Подбор базиса пространства решений по одному известному частному решению. Пример решения задачи.

Линейные ДУ второго порядка. Однородное ДУ второго порядка с постоянными коэффициентами. Неоднородное ДУ второго порядка с постоянными коэффициентами. Пример решения.

Сведение уравнений n -го порядка к системам уравнений первого порядка. Подбор базиса пространства решений по одному известному частному решению. Пример решения.

3. Линейные дифференциальные и разностные уравнения произвольного порядка. Общие методы решения

Основные понятия и определения.

Линейные ДУ второго порядка. Основные свойства однородных ДУ второго порядка: Вронскиан, фундаментальная система решений, методы понижения порядка.

Неоднородные ДУ второго порядка – метод вариации произвольных постоянных.

ДУ с постоянными коэффициентами. Метод неопределенных коэффициентов.

Характеристический многочлен. Общий вид фундаментальной системы решений ЛДУ с постоянными коэффициентами. Структура пространства решений неоднородных ЛДУ n -го порядка. Метод вариации постоянных для ЛДУ второго порядка и n -го порядка. Метод неопределенных коэффициентов для неоднородных уравнений с квазимногочленом в правой части.

4. Линейные дифференциальные и разностные уравнения произвольного порядка. Специальные методы решения

Основные понятия. Разностные уравнения как частный случай ДУ.

Классификация разностных уравнений. Понятие о разностных уравнениях и системах дифференциальных и разностных уравнений.

Системы разностных ДУ. примеры решения.

Линейные разностные уравнения и методы их решения.

Примеры решения: динамика банковского вклада; основного капитала; модель Гудвина; модель Филиппса с запаздыванием потребления.



5. Системы линейных дифференциальных и разностных уравнений в нормальной форме. Методы решения

Основные понятия. Нормальная форма ДУ как наипростейшая эквивалентная форма исходных уравнений. Получение нормальной формы ДУ с помощью специальных замен зависимых и независимых переменных задачи с целью максимального упрощения структуры уравнений. Примеры.

Идея построения нормальной формы уравнений Анри Пуанкаре.

Примеры нормальных форм ДУ: нормальная форма автономной системы дифференциальных уравнений в окрестности «неособой» точки; нормальная форма вырожденных уравнений «взрывной неустойчивости»; нормальная форма уравнений линейного осциллятора; нормальная форма логистического уравнения с квадратичной нелинейностью; нормальная форма уравнений нелинейного осциллятора с демпфером; нормальная форма нелинейных уравнений движения в окрестности «седла»; нормальная форма Чибрарио.

Примеры и методы решения.

Темы практических занятий, консультаций

1. Дифференциальные уравнения первого порядка.

Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям.

Интегральные кривые. Изоклины. Поле направлений.

Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными.

Однородные дифференциальные уравнения.

Линейные уравнения первого порядка. Метод вариации переменной.

Уравнения Бернулли, Клеро, Лагранжа.

Уравнения в полных дифференциалах.

Решение задач, приводящих к дифференциальным уравнениям первого порядка.

2. Дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка

Основные типы уравнений, допускающие понижение порядка.

Примеры решения задач.

Решение ЛДУ 2-го порядка с переменными коэффициентами. Решение задач.

3. Линейные дифференциальные и разностные уравнения произвольного порядка. Общие методы решения.

Характеристический многочлен. Решение однородных линейных ДУ n -ого порядка с постоянными коэффициентами.

4. Линейные дифференциальные и разностные уравнения произвольного порядка. Специальные методы решения.

Метод неопределенных коэффициентов для неоднородных уравнений.

Нормальная форма уравнений Анри Пуанкаре.

Метод вариации постоянных для ЛДУ второго порядка и n -го порядка.

Использование ДУ при решении задач. Решение задач.

5. Системы линейных дифференциальных и разностных уравнений в нормальной форме.



НОУ ВО «Липецкий эколого-гуманитарный институт»	СИСТЕМА МЕНЕДЖМЕНТА КАЧЕСТВА	
РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ	РПД-08/2-07-2016	
Дифференциальные и разностные уравнения	Взамен РПД - 2015	Стр. 8 из 26

Классификация разностных уравнений. Методы решения.
Линейные разностные уравнения первого порядка.
Решение задач.

6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

Приступая к изучению новой учебной дисциплины, необходимо ознакомиться с учебной программой, учебной, научной и методической литературой, имеющейся в библиотеке ЛЭГИ, получить в библиотеке рекомендованные учебники, учебно-методические пособия, завести новую тетрадь для конспектирования лекций и выполнения проверочных и индивидуальных заданий.

В ходе лекционных занятий студенту необходимо вести конспект. Обращать внимание на категории, формулировки, раскрывающие содержание темы лекции, разбор примеров решения задач. При этом студент может задавать преподавателю уточняющие вопросы с целью уяснения теоретических положений и хода решения примеров.

В ходе подготовки к консультациям (в форме ПЗ) необходимо изучить свой конспект лекций и рекомендуемую преподавателем основную и дополнительную литературу. Студент может дорабатывать свой конспект лекций, делая в нем соответствующие пометки и дополнительные записи из литературы, рекомендованной преподавателем и предусмотренной рабочей учебной программой.

Студенту необходимо своевременно выполнять проверочные работы и практические индивидуальные задания, выдаваемые преподавателем.

Подготовка к практическим занятиям на консультациях осуществляется в соответствии с рекомендациями, изложенными в методических разработках по дисциплине.

При подготовке к зачету/экзамену студенту необходимо повторить пройденный материал в соответствии с рабочей учебной программой (по конспекту лекций и рекомендуемой основной и дополнительной литературой), перечнем вопросов для самостоятельной работы, и экзамену, приведенным в данной рабочей программе.

При этом обратить особое внимание на те темы дисциплины (лекций и практических занятий), которые пропущены студентом по уважительным причинам (в случае болезни, например). При необходимости студент может обратиться за консультацией и методической помощью к преподавателю. Для студентов возможно применение консультаций онлайн.

Распределение времени на самостоятельную работу студента

№ п/п	Вид самостоятельной работы	Количество времени (часы) очная/заочная форма обучения
1	Проработка материала лекций, учебных материалов. Самостоятельная проработка тем	10/6
2	Подготовка к практическим занятиям. Самостоятельная проработка тем	14/8
3	Подготовка к выполнению ПР 1-2	6/6
4	Подготовка к зачету/экзамену	6/6
Итого:		36/26



НОУ ВО «Липецкий эколого-гуманитарный институт»	СИСТЕМА МЕНЕДЖМЕНТА КАЧЕСТВА	
РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ	РПД-08/2-07-2016	
Дифференциальные и разностные уравнения	Взамен РПД - 2015	Стр. 9 из 26

Вопросы для самостоятельной работы

1. Определение дифференциального уравнения и методы его решения.
2. Формулировка теоремы существования и единственности решения задачи Коши.
3. Уравнения с разделяющимися переменными.
4. Однородные уравнения.
5. Линейные дифференциальные уравнения 1-го порядка с переменными коэффициентами.
6. Подстановка Бернулли.
7. Метод вариации постоянной.
8. Уравнение Бернулли.
9. Понижение порядка в дифференциальных уравнениях, не содержащих явно искомой функции.
10. Понижение порядка в дифференциальных уравнениях, не содержащих явно переменной.
11. Линейные дифференциальные и разностные уравнения высших порядков.
12. Определитель Вронского и его свойства.
13. Фундаментальная система решений.
14. Характеристический многочлен.
15. Линейные однородные дифференциальные и разностные уравнения с постоянными коэффициентами второго порядка.
16. Линейные однородные дифференциальные и разностные уравнения с постоянными коэффициентами.
17. Случай простых корней.
18. Определитель Вандермонда.
19. Линейные однородные дифференциальные и разностные уравнения с постоянными коэффициентами.
20. Случай кратных корней.
21. Линейные неоднородные дифференциальные и разностные уравнения с правой частью специального вида.
22. Системы линейных однородных дифференциальных и разностных уравнений.
23. Случай простых корней.
24. Системы линейных однородных дифференциальных и разностных уравнений.
25. Случай кратных корней.
26. Системы линейных неоднородных дифференциальных и разностных уравнений.
27. Метод исключений.
28. Метод вариации постоянных для линейных неоднородных дифференциальных и разностных уравнений и систем линейных неоднородных дифференциальных и разностных уравнений.
29. Понятие об устойчивости дифференциальных и разностных уравнений и систем.

7. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)

Перечень вопросов к зачету/экзамену

1. Определение дифференциального уравнения и его решения.



НОУ ВО «Липецкий эколого-гуманитарный институт»	СИСТЕМА МЕНЕДЖМЕНТА КАЧЕСТВА	
РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ	РПД-08/2-07-2016	
Дифференциальные и разностные уравнения	Взамен РПД - 2015	Стр. 10 из 26

2. Формулировка теоремы существования и единственности решения задачи Коши. Уравнения с разделяющимися переменными.
3. Однородные уравнения.
4. Линейные дифференциальные уравнения 1-го порядка с переменными коэффициентами. Подстановка Бернулли.
5. Метод вариации постоянной.
6. Уравнение Бернулли.
7. Понижение порядка в дифференциальных уравнениях, не содержащих явно искомой функции.
8. Понижение порядка в дифференциальных уравнениях, не содержащих явно переменной.
9. Линейные дифференциальные и разностные уравнения высших порядков. Определитель Вронского и его свойства.
10. Фундаментальная система решений.
11. Характеристический многочлен. Линейные однородные дифференциальные и разностные уравнения с постоянными коэффициентами второго порядка.
12. Линейные однородные дифференциальные и разностные уравнения с постоянными коэффициентами. Случай простых корней.
13. Определитель Вандермонда.
14. Линейные однородные дифференциальные и разностные уравнения с постоянными коэффициентами. Случай кратных корней.
15. Линейные неоднородные дифференциальные и разностные уравнения с правой частью специального вида.
16. Системы линейных однородных дифференциальных и разностных уравнений. Случай простых корней.
17. Системы линейных однородных дифференциальных и разностных уравнений. Случай кратных корней.
18. Системы линейных неоднородных дифференциальных и разностных уравнений. Метод исключений.
19. Метод вариации постоянных для линейных неоднородных дифференциальных и разностных уравнений и систем линейных неоднородных дифференциальных и разностных уравнений.
20. Понятие об устойчивости дифференциальных и разностных уравнений и систем.

Пример заданий к зачету / экзамену по дисциплине

Билет №

1. Какова структура пространства решений однородного линейного дифференциального уравнения?
2. Найдите общее решение уравнения: $2y \cdot y'' + (y')^2 = 1$.
3. Определите вид общего решения уравнения (с неопределенными коэффициентами):
 $y^{iv} + 8y'' + 16y = \cos x$.
4. Решите уравнение: $y'' - 2y' + 10y = 10x^2 + 18x + 6$

Текущий контроль успеваемости по дисциплине может учитывать следующее:



НОУ ВО «Липецкий эколого-гуманитарный институт»	СИСТЕМА МЕНЕДЖМЕНТА КАЧЕСТВА	
РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ	РПД-08/2-07-2016	
Дифференциальные и разностные уравнения	Взамен РПД - 2015	Стр. 11 из 26

- выполнение студентом всех видов работ, предусмотренных программой дисциплины (в том числе ответы на семинарах, коллоквиумах, при тестировании; решение задач в группе; выполнение проверочных работ, индивидуальных заданий, участие в деловых играх и т.п.);

- посещаемость;
- самостоятельная работа студента;
- исследовательская работа и т.д.

Оценка должна носить комплексный характер и учитывать достижения студента по основным компонентам учебного процесса.

Оценка знаний по 100-балльной шкале в соответствии с критериями института реализуется следующим образом:

- менее 53 балла – «неудовлетворительно»;
- от 53 до 79 баллов – «удовлетворительно»;
- от 80 до 92 баллов – «хорошо»;
- 93 балла и выше – «отлично».

Критерии оценок промежуточной аттестации

Оценка за работу в течение семестра складывается из результатов текущего контроля знаний и работы в течение семестра.

Текущий контроль знаний:

№ п/п	Форма текущего контроля	Баллы
1.	Выполнение студентом всех видов работ, предусмотренных программой дисциплины (в том числе ответы на семинарах, коллоквиумах, при тестировании; решение задач в группе; выполнение проверочных работ, индивидуальных заданий, участие в деловых играх и т.п.)	45
2.	Выполнение проверочной работы (ПР)	15

Оценка за работу в семестре:

1. Присутствие и работа на лекции (конспект) – 1 балл;
2. Присутствие на консультации (практическом занятии) – 1 балл;
3. Ответы на занятия – 2 балла;
4. Активность на занятии – 1 балл;
5. Самостоятельная работа (выполнение ПР 1-2) – 15 баллов;
6. Контрольный опрос – по 5 баллов;

Итого: оценка за работу в семестре – 40 баллов.

Результаты текущего контроля успеваемости оцениваются по 100-балльной системе. Аттестованным считается студент, набравший 53 балла и выше.

Промежуточная аттестация по дисциплине – зачет/экзамен, который проводится в устной форме в виде ответов на вопросы билета.

При этом оценка знаний студентов осуществляется в баллах в комплексной форме с учетом:

- оценки по итогам текущего контроля знаний;
- оценки промежуточной аттестации в ходе зачета/экзамена.

Содержание билета: 1-е задание – 25 баллов; 2-е задание – 25 баллов; 3-е задание – 25 баллов; 4-е задание – 25 баллов.

Итого: за промежуточную аттестацию (результат в ходе зачета / экзамена) – 100 баллов.



Примеры проверочных работ

Ежегодно фонд ПР обновляется. ПР включает 5 примеров для решения. ПР сдана в том случае, когда решены все задания.

ПР-1 (образец)

Вариант 1

Задание 1. Решить дифференциальное уравнение: $\frac{3x^2 + y^2}{y^2} dx - \frac{x^3 + y}{y^3} dy = 0$

Задание 2. Решить дифференциальное уравнение: $(x^2 + y^2) y' = xy$

Задание 3. Решить дифференциальное уравнение: $y' - yy' = 1, y(0) = 1, y'(0) = 1$

Задание 4. Решить дифференциальное уравнение: $y' \sin y = y' - y$

Задание 5. Решить дифференциальное уравнение: $(y' + x) = 7(x + y)^2$

Вариант 2

Задание 1. Решить дифференциальное уравнение: $x(y')^2 = y$

Задание 2. Решить дифференциальное уравнение: $\frac{y}{x} dx + (x^3 + 1) x dy = 0$

Задание 3. Решить дифференциальное уравнение: $yy' + x = (y')^2$

Задание 4. Решить дифференциальное уравнение: $y^2 + (y')^2 = yy'$

Задание 5. Решить дифференциальное уравнение: $(2y + x \cdot \operatorname{tg} y - y^2 \cdot \operatorname{tg} y) dy = dx, y(0) = \pi$

Вариант 3

Задание 1. Решить дифференциальное уравнение: $y' + (y')^2 + y = -2e^{2x}$

Задание 2. Решить дифференциальное уравнение: $y' - (y')^2 + y = e^x (\sin x + \cos x)$

Задание 3. Решить дифференциальное уравнение: $y' + y = \frac{1}{\sqrt{\cos 2x}}$

Задание 4. Решить дифференциальное уравнение: $\begin{cases} x' - y = \cos t, \\ y' + x = 1; \end{cases}$

Задание 5. Решить дифференциальное уравнение: $\begin{cases} x' = -3x + 2y + 2z, \\ y' = -5x + 4y + 2z, \\ z' = -5x + 4y - 4z; \end{cases}$

Вариант 4

Задание 1. Решить дифференциальное уравнение: $y' + (y')^2 + y = e^{2x} \sin x$



Задание 2. Решить дифференциальное уравнение: $y' + 6y = 2e^{3x} - \sin 7x + \cos 7x$

Задание 3. Решить дифференциальное уравнение: $y' + y' + y = \frac{1}{1 + 2x}$

Задание 4. Решить систему дифференциальных уравнений:
$$\begin{cases} x' + 5x + y = e^t \\ y' + 3y - x = e^{2t} \end{cases}$$

Задание 5. Решить систему дифференциальных уравнений:
$$\begin{cases} x' = -6x + 3y + 6z, \\ y' = 4x - 5y - 6z, \\ z' = -5x + 3y + 5z; \end{cases}$$

ПР-2 (образец)

Задать значения параметров p, q, r, \dots , определить тип, исследовать и решить дифференциальные уравнения и системы, задачи Коши для них.

1. $(qx + qy)dx + (x + py)dy = 1;$

2. $y' + p \cos(x) = \cos(x) \sin(x) + \frac{1}{2} y \left(\frac{\pi}{2} \right) = \frac{1}{p};$

3. $(rx + p^2(y + p)dx + (x^2 + px + q)(y^2 + 2py + q)dy = 1;$

4. $p(x')^2 + (y')^2 = 1, y(x) = 1, y'(x) = \frac{p}{q};$

5. $py' + 2qy' + py = 1;$

6. $pt^2 \ddot{x} - qt \dot{x} = 1;$

7. $r \ddot{x} + \alpha \dot{x} + \alpha x = \alpha t^2 + t + 1;$

8. $\ddot{x} - p + \dot{x} + qx = e^{pt};$

9.
$$\begin{cases} \dot{x} = 4px + py \\ \dot{y} = -px + 2py \end{cases}$$

10.
$$\begin{cases} \dot{x} = px + qy + pt + q, \\ \dot{y} = qx + py + qt + p; \end{cases}$$

$x = -\frac{p}{p^2 - 1}, y = \frac{q}{p^2 - 1}.$

**Примерные тесты для промежуточного контроля**

1. Дифференциальное уравнение $\cos y dx - x^2 dy = 0$ в результате разделения переменных сводится к уравнению ...

- $\frac{dx}{x^2} = \frac{dy}{\cos y}$
- 1) $x^2 = \cos y$;
 - 2) $\cos y dx = x^2 dy$;
 - 3) $\frac{\cos y dx}{x^2} = dy$;
 - 4) $\frac{dx}{x} = \frac{dy}{\cos^2 y}$.

2. В результате подстановки $y = u(x)x$ уравнение $y' = 1 + \frac{y}{x}$ примет вид ...

- 1) $u'x = 1$;
- 2) $u'x = 1 + u$;
- 3) $u' = 1$;
- 4) $u' = 1 + u$.

3. В результате подстановки $y = u(x) \cdot v(x)$ уравнение $y' - y = e^x$ примет вид

...

- 1) $u'v + u(v' - v) = e^x$;
- 2) $u'v' - uv = e^x$;
- 3) $u' + v' - uv = e^x$;
- 4) $u'v - u(v' + v) = e^x$.

4. Общее решение дифференциального уравнения $y'' - 5y' + 6y = 0$ имеет вид

...

- 1) $y = C_1 e^{3x} + C_2 e^{2x}$;
- 2) $y = C_1 e^{-3x} + C_2 e^{-2x}$;
- 3) $y = e^{3x} (C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x)$;
- 4) $y = e^{-3x} (C_1 \cos(-2x) + C_2 \sin(-2x))$.

5. Общее решение дифференциального уравнения $y'' = 2 \sin x$ имеет вид ...



- 1) $y = -2 \sin x + C_1 x + C_2$;
- 2) $y = 2 \sin x + C_1 + C_2$;
- 3) $y = -2 \sin x + C_1$;
- 4) $y = -2 \cos x + C_1$.

6. Дифференциальным уравнением в частных производных является ...

- 1) $y \frac{\partial u}{\partial x} + x \frac{\partial u}{\partial y} = 0$;
- 2) $x dy = y dx$;
- 3) $y' = -\frac{x}{y}$;
- 4) $y'' - 3y' - 4y = 0$.

7. Решением дифференциального уравнения $y' - x = 0$ является функция ...

- 1) $y = \frac{x^2}{2}$;
- 2) $y = -\frac{x^2}{2}$;
- 3) $y = 1$;
- 4) $y = x$.

8. Решением дифференциального уравнения $y'' - 9y = 0$ является функция ...

- 1) $y = e^{3x}$;
- 2) $y = x^9$;
- 3) $y = 9x$;
- 4) $y = \cos 3x$.



6. Дифференциальным уравнением в частных производных является ...

1) $y \frac{\partial u}{\partial x} + x \frac{\partial u}{\partial y} = 0$;

2) $xdy = ydx$;

3) $y' = -\frac{x}{y}$;

4) $y'' - 3y' - 4y = 0$.

7. Решением дифференциального уравнения $y' - x = 0$ является функция ...

1) $y = \frac{x^2}{2}$;

2) $y = -\frac{x^2}{2}$;

3) $y = 1$;

4) $y = x$.

8. Решением дифференциального уравнения $y'' - 9y = 0$ является функция ...

1) $y = e^{3x}$;

2) $y = x^9$;

3) $y = 9x$;

4) $y = \cos 3x$.

9. Разделение переменных в дифференциальном уравнении $e^x \ln y dx + xy dy = 0$ приведет его к виду...

1) $\frac{e^x dx}{x} = -\frac{y dy}{\ln y}$;

2) $\frac{e^x dx}{x} = -\frac{\ln y dy}{y}$;

3) $\frac{e^x dx}{x} = \frac{y dy}{\ln y}$;

4) $\frac{e^x \ln y dx}{xy} = -dy$.



10. Подстановка $y = u(x) \cdot x$ приводит уравнение $xy' - y = x \cos^2 \frac{y}{x}$ к виду...

- 1) $u'x = \cos^2 u$;
- 2) $u'x - u = \cos^2 u$;
- 3) $u' = \cos^2 u$;
- 4) $u' - u = \cos^2 u$.

11. Общее решение линейного дифференциального уравнения $y' - \frac{y}{x} = 3x$, полученное методом Бернулли, имеет вид ...

- 1) $y = Cx + 3x^2$;
- 2) $y = 3x^2 + C$;
- 3) $y = x + C$;
- 4) $y = \frac{3}{2}x^3 + Cx$.

12. Общее решение дифференциального уравнения $y'' + 4y = 0$ имеет вид ...

- 1) $y = C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x$;
- 2) $y = e^{2x}(C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x)$;
- 3) $y = C_1 e^{-2x} + C_2 e^{2x}$;
- 4) $y = e^{2x}(C_1 x + C_2)$.



13. Определить частное решение дифференциального уравнения $y'' - y = \sin 2x$, учитывая форму правой части

- 1) $y = A \sin 2x + B \cos 2x$;
- 2) $y = e^x (A \cos 2x + B \sin 2x)$;
- 3) $y = Ae^x + Be^{-x}$;
- 4) $y = (Ax + B) \cos 2x + (Cx + D) \sin 2x$.

14. Установите соответствие между записью дифференциальных уравнений первого порядка и их названиями.

1. $\sin y \, dy - \sqrt{x} \, dx = 0$
2. $xy \, dy + (y^2 - x^2) \, dx = 0$
3. $y' - 5y = e^x$

- 1) дифференциальное уравнение с разделяющимися переменными;
- 2) однородное дифференциальное уравнение;
- 3) линейное дифференциальное уравнение.

15. Установите соответствие между начальными условиями и решениями уравнения $y' - x = 0$, полученными при данных начальных условиях.

1. $y(0) = 0$
2. $y(0) = 1$
3. $y(2) = 0$

- 1) $y = \frac{x^2}{2}$;
- 2) $y = \frac{x^2}{2} + 1$;
- 3) $y = \frac{x^2}{2} - 2$.

16. Общим решением дифференциального уравнения является:

- 1) функция от аргумента;
- 2) производная функции;
- 3) значение аргумента;
- 4) порядок уравнения.



17. Частным решением дифференциального уравнения является:

- 1) функция с определенными постоянными;
- 2) конкретное значение аргумента;
- 3) конкретное значение функции;
- 4) корень характеристического уравнения.

18. С использованием характеристического уравнения решаются:

- 1) дифференциальное уравнение с разделяющимися переменными;
- 2) однородное дифференциальное уравнение первого порядка;

- 3) линейное дифференциальное уравнение;
- 4) однородное дифференциальное уравнение второго порядка.

19. Уравнение вида $y' + p(x)y = f(x)$ называется:

- 1) однородным;
- 2) линейным;
- 3) уравнением Бернулли;
- 4) в полных дифференциалах.

20. Выберите общий вид решения для однородного дифференциального уравнения второго порядка с комплексными корнями характеристического уравнения:

- 1) $y = C_1 \cdot e^{k_1 x} + C_2 e^{k_2 x}$;
- 2) $y = (C_1 + C_2) \cdot e^{k \cdot x}$;
- 3) $y = e^{\alpha x} \cdot (C_1 \cdot \cos \beta \cdot x + C_2 \cdot \sin \beta \cdot x)$.

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

8.1. Основная учебная литература

1. Матросов В.Л., Асланов Р.М., Топунов М.В. Дифференциальные уравнения и уравнения с частными производными: учебник. - М.: ВЛАДОС, 2011. - 376 с. / ЭБС КнигаФонд // <http://www.knigafund.ru/books/122576>
2. Гусак А. А., Бричикова Е. А. Основы высшей математики: пособие для студентов вузов. – ТетраСистем, 2012. - 205 с. // <http://www.knigafund.ru/books/181640>

8.2. Дополнительная учебная литература

1. Ячменёв Л.Т. Высшая математика: учебник. – М.: РИОР; ИНФРА-М, 2013. – 752 с. (гриф)
2. Шипачев В.С. Высшая математика: учебник для вузов. – 7-е изд., стер. – М.: Высшая школа, 2005. – 479 с. (гриф)

В соответствии с договором студентам и преподавателям института предоставляется право доступа к электронному периодическому изданию Электронно-библиотечной системы «КнигаФонд» <http://www.knigafund.ru/>.



Книги, рекомендуемые для занятий по дисциплине, доступные в электронном периодическом издании, запрос Дифференциальные уравнения

1. Дифференциальные уравнения и уравнения с частными производными: учебник Матросов В.Л., Асланов Р.М., Топунов М.В. ВЛАДОС • 2011 год • 376 страниц
2. Обыкновенные дифференциальные уравнения : Практический курс: учебное пособие Рыбаков К. А., Якимова А. С., Пантелеев А. В. Логос • 2010 год • 384 страницы
3. Дифференциальные уравнения, Ч. 2 Астахова И. В., Никишкин В. А. Евразийский открытый институт • 2011 год • 108 страниц
4. Практикум по курсу «Дифференциальные уравнения»: учебное пособие Астахова И. В., Никишкин В. А. Евразийский открытый институт • 2011 год • 96 страниц

9.Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети Интернет, необходимых для освоения дисциплины (модуля)

1. Мир математических уравнений Обыкновенные дифференциальные уравнения <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/methods/meth-ode.htm>
2. Математическое бюро. Примеры решений задач по дифференциальным уравнениям http://www.matburo.ru/ex_ma.php?p1=madiff

10.Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Планирование и организация времени, необходимого для изучения дисциплины

Важным условием успешного освоения дисциплины является создание системы правильной организации труда, позволяющей распределить учебную нагрузку равномерно в соответствии с графиком образовательного процесса. Большую помощь в этом может оказать составление плана работы на семестр, месяц, неделю, день. Его наличие позволит подчинить свободное время целям учебы, трудиться более успешно и эффективно. С вечера всегда надо распределять работу на завтрашний день. В конце каждого дня целесообразно подвести итог работы: тщательно проверить, все ли выполнено по намеченному плану, не было ли каких-либо отступлений, а если были, по какой причине они произошли. Нужно осуществлять самоконтроль, который является необходимым условием успешной учебы. Если что-то осталось невыполненным, необходимо изыскать время для завершения этой части работы, не уменьшая объема недельного плана. Все задания к практическим занятиям, а также задания, вынесенные на самостоятельную работу, рекомендуется выполнять непосредственно после соответствующей темы лекционного курса, что способствует лучшему усвоению материала, позволяет своевременно выявить и устранить «пробелы» в знаниях, систематизировать ранее пройденный материал, на его основе приступить к овладению новыми знаниями и навыками.

Система обучения основывается на рациональном сочетании нескольких видов учебных занятий (в первую очередь, лекций и практических занятий), работа на которых обладает определенной спецификой.

Подготовка к лекциям

Знакомство с дисциплиной происходит уже на первой лекции, где от студента требуется не просто внимание, но и самостоятельное оформление конспекта. При работе с конспектом лекций необходимо учитывать тот фактор, что одни лекции дают ответы на конкретные вопросы темы, другие – лишь выявляют взаимосвязи между явлениями, помогая студенту понять глубинные процессы развития изучаемого предмета как в истории, так и в настоящее время.



Конспектирование лекций – сложный вид вузовской аудиторной работы, предполагающий интенсивную умственную деятельность студента. Конспект является полезным тогда, когда записано самое существенное и сделано это самим обучающимся. Не надо стремиться записать дословно всю лекцию. Такое «конспектирование» приносит больше вреда, чем пользы. Целесообразно вначале понять основную мысль, излагаемую лектором, а затем записать ее. Желательно запись осуществлять на одной странице листа или оставшая поля, на которых позднее, при самостоятельной работе с конспектом, можно сделать дополнительные записи, отметить непонятные места.

Конспект лекции лучше подразделять на пункты, соблюдая красную строку. Этому в большой степени будут способствовать вопросы плана лекции, предложенные преподавателям. Следует обращать внимание на акценты, выводы, которые делает лектор, отмечая наиболее важные моменты в лекционном материале замечаниями «важно», «хорошо запомнить» и т.п. Можно делать это и с помощью разноцветных маркеров или ручек, подчеркивая термины и определения.

Целесообразно разработать собственную систему сокращений, аббревиатур и символов. Однако при дальнейшей работе с конспектом символы лучше заменить обычными словами для быстрого зрительного восприятия текста.

Работая над конспектом лекций, всегда необходимо использовать не только учебник, но и ту литературу, которую дополнительно рекомендовал лектор. Именно такая серьезная, кропотливая работа с лекционным материалом позволит глубоко овладеть теоретическим материалом.

Подготовка к практическим занятиям/консультациям

Подготовку к каждому практическому занятию студент должен начать с ознакомления с планом практического занятия, который отражает содержание предложенной темы. Тщательное продумывание и изучение вопросов плана основывается на проработке текущего материала лекции, а затем изучения обязательной и дополнительной литературы, рекомендованной к данной теме. Все новые понятия по изучаемой теме необходимо выучить наизусть и внести в глоссарий, который целесообразно вести с самого начала изучения курса.

Результат такой работы должен проявиться в способности студента свободно ответить на теоретические вопросы практикума, его выступлении и участии в коллективном обсуждении вопросов изучаемой темы, правильном выполнении практических заданий и контрольных работ.

В процессе подготовки к практическим занятиям, студентам необходимо обратить особое внимание на самостоятельное изучение рекомендованной литературы. При всей полноте конспектирования лекции в ней невозможно изложить весь материал из-за лимита аудиторных часов. Поэтому самостоятельная работа с учебниками, учебными пособиями, научной, справочной литературой, материалами периодических изданий и Интернета является наиболее эффективным методом получения дополнительных знаний, позволяет значительно активизировать процесс овладения информацией, способствует более глубокому усвоению изучаемого материала, формирует у студентов свое отношение к конкретной проблеме.

Рекомендации по написанию практических (проверочных) работ

Рекомендации по работе с литературой

Работу с литературой целесообразно начать с изучения общих работ по теме, а также учебников и учебных пособий. Далее рекомендуется перейти к анализу монографий и статей, рассматривающих отдельные аспекты проблем, изучаемых в рамках курса, а также



официальных материалов и неопубликованных документов (научно-исследовательские работы, диссертации), в которых могут содержаться основные вопросы изучаемой проблемы.

Работу с источниками надо начинать с ознакомительного чтения, т.е. просмотреть текст, выделяя его структурные единицы. При ознакомительном чтении закладками отмечаются те страницы, которые требуют более внимательного изучения.

В зависимости от результатов ознакомительного чтения выбирается дальнейший способ работы с источником. Если для разрешения поставленной задачи требуется изучение некоторых фрагментов текста, то используется метод выборочного чтения. Если в книге нет подробного оглавления, следует обратить внимание ученика на предметные и именные указатели.

Избранные фрагменты или весь текст (если он целиком имеет отношение к теме) требуют вдумчивого, неторопливого чтения с «мысленной проработкой» материала. Такое чтение предполагает выделение: 1) главного в тексте; 2) основных аргументов; 3) выводов. Особое внимание следует обратить на то, вытекает тезис из аргументов или нет.

Необходимо также проанализировать, какие из утверждений автора носят проблематичный, гипотетический характер и уловить скрытые вопросы.

Понятно, что умение таким образом работать с текстом приходит далеко не сразу. Наилучший способ научиться выделять главное в тексте, улавливать проблематичный характер утверждений, давать оценку авторской позиции – это сравнительное чтение, в ходе которого студент знакомится с различными мнениями по одному и тому же вопросу, сравнивает весомость и доказательность аргументов сторон и делает вывод о наибольшей убедительности той или иной позиции.

Если в литературе встречаются разные точки зрения по тому или иному вопросу из-за сложности прошедших событий и правовых явлений, нельзя их отвергать, не разобравшись. При наличии расхождений между авторами необходимо найти рациональное зерно у каждого из них, что позволит глубже усвоить предмет изучения и более критично оценивать изучаемые вопросы. Знакомясь с особыми позициями авторов, нужно определять их схожие суждения, аргументы, выводы, а затем сравнивать их между собой и применять из них ту, которая более убедительна.

Следующим этапом работы с литературными источниками является создание конспектов, фиксирующих основные тезисы и аргументы. Можно делать записи на отдельных листах, которые потом легко систематизировать по отдельным темам изучаемого курса. Другой способ – это ведение тематических тетрадей-конспектов по одной какой-либо теме. Большие специальные работы монографического характера целесообразно конспектировать в отдельных тетрадях. Здесь важно вспомнить, что конспекты пишутся на одной стороне листа, с полями и достаточным для исправления и ремарок межстрочным расстоянием (эти правила соблюдаются для удобства редактирования). Если в конспектах приводятся цитаты, то непременно должно быть дано указание на источник (автор, название, выходные данные, № страницы). Впоследствии эта информация может быть использована при написании текста реферата или другого задания.

Таким образом, при работе с источниками и литературой важно уметь:

- сопоставлять, сравнивать, классифицировать, группировать, систематизировать информацию в соответствии с определенной учебной задачей;
- обобщать полученную информацию, оценивать прослушанное и прочитанное;
- фиксировать основное содержание сообщений; формулировать, устно и письменно, основную идею сообщения; составлять план, формулировать тезисы;
- готовить и презентовать развернутые сообщения типа доклада;



- работать в разных режимах (индивидуально, в паре, в группе), взаимодействуя друг с другом;
- пользоваться реферативными и справочными материалами;
- контролировать свои действия и действия своих товарищей, объективно оценивать свои действия;
- обращаться за помощью, дополнительными разъяснениями к преподавателю, другим студентам.
- пользоваться лингвистической или контекстуальной догадкой, словарями различного характера, различного рода подсказками, опорами в тексте (ключевые слова, структура текста, предваряющая информация и др.);
- использовать при говорении и письме перифраз, синонимичные средства, словописания общих понятий, разъяснения, примеры, толкования, «словотворчество»;
- повторять или перефразировать реплику собеседника в подтверждении понимания его высказывания или вопроса;
- обратиться за помощью к собеседнику (уточнить вопрос, переспросить и др.);
- использовать мимику, жесты (вообще и в тех случаях, когда языковых средств не хватает для выражения тех или иных коммуникативных намерений).

Подготовка к промежуточной аттестации

При подготовке к промежуточной аттестации целесообразно:

- внимательно изучить перечень вопросов и определить, в каких источниках находятся сведения, необходимые для ответа на них;
- внимательно прочитать рекомендованную литературу;
- составить краткие конспекты ответов (планы ответов).

11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Windows 8, Microsoft Office 2007 (Microsoft Word 2007 - Текстовый процессор; Microsoft Excel 2007 - Табличный процессор; Microsoft PowerPoint 2007 - Создание и показ презентаций); ГАРАНТ-Мастер - Информационно-правовая система.

12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Для проведения занятий по дисциплине кафедра располагает необходимой материально-технической базой, обеспечивающей проведение всех видов занятий, предусмотренных данной программой и соответствующей действующим санитарным и противопожарным правилам и нормам:

1. Специализированной аудиторией для проведения лекционных и семинарских занятий, оснащенной ЖК-телевизором, проектором Nec NP-V260G, стационарным экраном «Digis Optimal-C»;
2. Специализированной аудиторией для проведения практических занятий, семинаров, курсового проектирования, консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, оснащенной ЖК-телевизором, проектором Benq MS504, стационарным экраном «Digis Optimal-C»;



НОУ ВО «Липецкий эколого-гуманитарный институт»	СИСТЕМА МЕНЕДЖМЕНТА КАЧЕСТВА	
РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ	РПД-08/2-07-2016	
Дифференциальные и разностные уравнения	Взамен РПД - 2015	Стр. 24 из 26

3. Специализированной аудиторией для самостоятельной работы обучающихся, оснащенной ноутбуками «Lenovo B590» с выходом в сеть Интернет и доступом к электронной информационно-образовательной среде ЛЭГИ;

4. Учебниками, учебными пособиями и методической литературой библиотеки ЛЭГИ, наборами учебно-наглядных пособий по основным разделам программы.



Лист согласования

СОГЛАСОВАНО

Представитель руководства по СМК

_____ Н.Ю. Филоненко

«__» _____ 2016 г.

РАЗРАБОТАНО

Д-р физ.-мат.наук, профессор,
профессор кафедры ПИЭ

_____ С.Л. Блюмин

«__» _____ 2016 г.

